Name des Schülers: ____________________

Prüfungsinhalt Teil A

Tragen Sie die Antworten zur Aufgabe 1 auf dem vorliegenden Aufgabenblatt ein und verwenden Sie für die Antworten zu den Aufgaben 2 bis 6 das bereitliegende Papier für die Reinschrift.

1 Es ist jeweils eine Antwort richtig. Für jede richtige Antwort erhält man 2 BE.

1.1 Für $a > 0$ besitzt die Funktion f_a mit der Gleichung $f_a(x) = a \cdot x - \ln(x)$ genau eine Extremstelle. Die Extremstelle lautet:

☐	☐	☐	☐	☐
$x_E = \ln a$	$x_E = \frac{1}{a} \cdot \ln a$	$x_E = \frac{1}{a}$	$x_E = a$	$x_E = -e^a$

1.2 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $g(x) = x^2 - x^3$. An der Stelle x_0 ist der Anstieg der Funktion maximal. Er beträgt:

☐	☐	☐	☐	☐
$f'(x_0) = \frac{1}{3}$	$f'(x_0) = \frac{2}{3}$	$f'(x_0) = 1$	$f'(x_0) = \frac{4}{3}$	$f'(x_0) = \frac{5}{3}$

1.3 Gegeben ist die Funktion h mit der Gleichung $h(x) = e^{3x}$. Bestimmen Sie die zugehörige Stammfunktion, die durch den Punkt $P(0 \mid 2)$ verläuft.

☐ $H(x) = e^{3x} + 1$

☐ $H(x) = 3e^{3x} - 1$

☐ $H(x) = 3e^{3x} + 2$

☐ $H(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + 1$

☐ $H(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{5}{3}$

1.4 Welche Ebene schneidet die Gerade g mit $g: x = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix}$ im Punkt $P(4 \mid 0 \mid -5)$ senkrecht?

☐ $\varepsilon_1 : 6y - 5z = 30$

☐ $\varepsilon_2 : 5x + 6z = 20$

☐ $\varepsilon_3 : 4x - 5z = 20$

☐ $\varepsilon_4 : 6y - 5z = 25$

☐ $\varepsilon_5 : 5x + 6y = 24$

1.5 Ein Würfel wird 3-mal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit beträgt die Augensumme 6?

☐	☐	☐	☐	☐
$\frac{3}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{9}{216}$	$\frac{5}{108}$

Erreichbare BE-Anzahl: 10

Name des Schülers: ____________________

2. Für jedes $k \in \mathbb{R}$ ist eine Funktion f_k mit der Gleichung $f_k(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + x^2 + k \cdot x$ gegeben.
Bestimmen Sie alle Werte von k, für die die Funktion f_k genau zwei Extrempunkte besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

3. Der Graph von f mit der Gleichung $f(x) = \sqrt{x+4}$ und die beiden Koordinatenachsen schließen eine Fläche im II. Quadranten vollständig ein. Diese Fläche erzeugt durch Drehung um die Abszissenachse einen Rotationskörper. Berechnen Sie den Rauminhalt dieses Körpers.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

4. Gegeben sei das Dreieck PQR mit den Punkten $P(-4 \mid 2 \mid 0)$, $Q(4 \mid 10 \mid -4)$ und $R(4 \mid -2 \mid 8)$.
Untersuchen Sie, welche Art von Dreieck vorliegt.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

5. Untersuchen Sie die Lagebeziehung der beiden Geraden g und h berechnen Sie gegebenfalls den Schnittpunkt oder den Abstand.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Erreichbare BE-Anzahl: 5

6. In einem Sparschwein befinden sich 2 Münzen im Wert von jeweils 0,50€, 1 Münze im Wert von jeweils 1,00€ und 2 Münzen im Wert von 2,00€. Max schüttelt und es fallen 2 Münzen mit verschiedenen Werten aus dem Sparschwein.
Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit sich unter diesen beiden Münzen eine 2,00€-Münze befindet.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

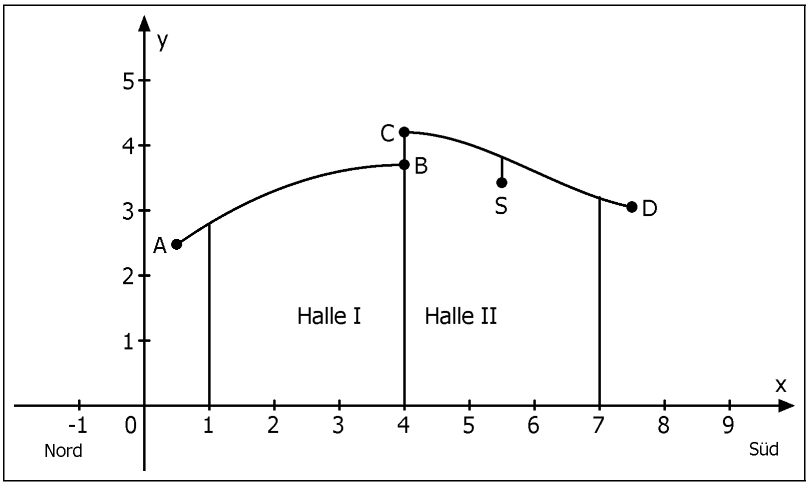
BE (Teil A):

Name des Schülers: ___________________

Prüfungsinhalt Teil B

Aufgabe B1

In der Abbildung 1 befindet sich die vereinfachte Darstellung des Profils einer Garage für Regionalbusse. Diese Garage besteht aus der nördlichen Halle I und der südlichen Halle II. Die Profillinie des Daches zwischen den Punkten A und B wird durch die Funktion f und die Profillinie des Daches zwischen den Punkten C und D wird durch die Funktion g beschrieben. Die geradlinige vertikale Verbindung zwischen den Punkten B und C gehört ebenfalls zum Dach. Die Profillinie des Bodens der Hallen verläuft entlang der x-Achse. Die Profillinien der Seitenwände der Hallen befinden sich entlang der Geraden $x = 1$, $x = 4$ und $x = 7$. Die Dicke der Seitenwände und die Dicke des Daches kann vernachlässigt werden. 1 LE in der Abbildung entspricht 1 m.



(Abbildung 1: nicht maßstabsgetreu)

Die Funktion f mit $f(x) = -0,1 \cdot x^2 + 0,8 \cdot x + 2,1$ wird in dem eingeschränkten Definitionsbereich $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}; 0,5 \leq x \leq 4\}$ und die Funktion g mit $g(x) = 0,0375 \cdot x^3 - 0,675 \cdot x^2 + 3,60 \cdot x - 1,80$ wird in dem eingeschränkten Definitionsbereich $D_g = \{x \mid x \in \mathbb{R}; 4 \leq x \leq 7,5\}$ betrachtet.

a) Geben Sie die maximale und die minimale Höhe der Halle I an.
Untersuchen Sie, ob ein 2,35 m breiter und 3,05 m hoher Bus in die Halle I passt.
Bestimmen Sie die maximale Höhe eines 2,55 m breiten Busses, der in der Halle II untergebracht werden soll.
Bestimmen Sie den maximalen Neigungswinkel des Daches gegenüber der Horizontalen zwischen den Punkten A und B.
Bestimmen Sie den maximalen Neigungswinkel des Daches gegenüber der Horizontalen zwischen den Punkten C und D.

Erreichbare BE-Anzahl: 11

b) Die beiden Hallen und das Dach haben jeweils eine Länge von 13,50 m.
Berechnen Sie, um wie viel Prozent das Volumen der Halle II größer als das Volumen der Halle I ist.
Die gesamte Dachfläche soll lackiert werden. Berechnen Sie den Flächeninhalt der gesamten Dachfläche.

Erreichbare BE-Anzahl: 8

Name des Schülers: ___________________

c) Während eines Regenschauers fällt der Regen aus Norden annähernd geradlinig in einer Richtung von $\vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$. Untersuchen Sie, in welcher Höhe die linke Hauswand der Halle I nass wird.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

d) Das Dach der Halle I befindet sich gerade noch vollständig im Schatten des Daches der Halle II. Ermitteln Sie eine Richtung des Sonnenlichtes für diesen Fall.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

e) Für die Beleuchtung der Hallen befinden sich Scheinwerfer an der Decke. Ein Scheinwerfer S (siehe Abbildung 1) befindet sich 40 cm unterhalb des Punktes $P(5,5 \mid g(5,5))$ in der Halle II.
Ermitteln Sie den kleinstmöglichen Abstand des Scheinwerfers zur Dachfläche auf cm genau.
(Hinweis: Die Abmessungen des Scheinwerfer sind vernachlässigbar.)

Erreichbare BE-Anzahl: 5

f) Auf der Buslinie 342 ist ein Bus mit 20 Fahrgästen unterwegs. Dieser Bus muss an der Haltestelle *Waldfrieden* mit einer Wahrscheinlichkeit von 30% anhalten, weil ein Fahrgast einsteigen möchte. Unabhängig davon kann es sein, dass einer der 20 Fahrgäste, die sich gerade im Bus befinden, aussteigen möchte. Jeder der Fahrgäste steigt mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% an dieser Haltestelle aus.
Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Bus der Buslinie 342 an der Haltestelle *Waldfrieden* anhalten muss.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

g) Ein Bus der Linie 425 fährt täglich von Dresden nach Stralsund. Die Fahrt beginnt täglich 8.15 Uhr in Dresden. Die Ankunftszeit in Stralsund ist mit 14.00 Uhr angegeben. Die Fahrzeit X ist normalverteilt mit einem Erwartungswert von 300 min. Bestimmen Sie die Standardabweichung der Fahrzeit X, wenn 75% der Fahrten bis 14.00 Uhr in Stralsund angekommen sind.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der sich der Bus um mehr als 10 min verspätet.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

h) Das Busunternehmen behauptet, dass mehr als 80% der Fahrgäste zufrieden sind.
Die Stadtverwaltung hat Zweifel an dieser Behauptung. Deshalb führt die Stadt eine Befragung von 120 Personen durch. Es wird die Nullhypothese „Höchstens 80% der Fahrgäste sind zufrieden“ aufgestellt. Geben Sie an, welcher Test verwendet wird.
Bestimmen Sie eine Entscheidungsregel für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%.

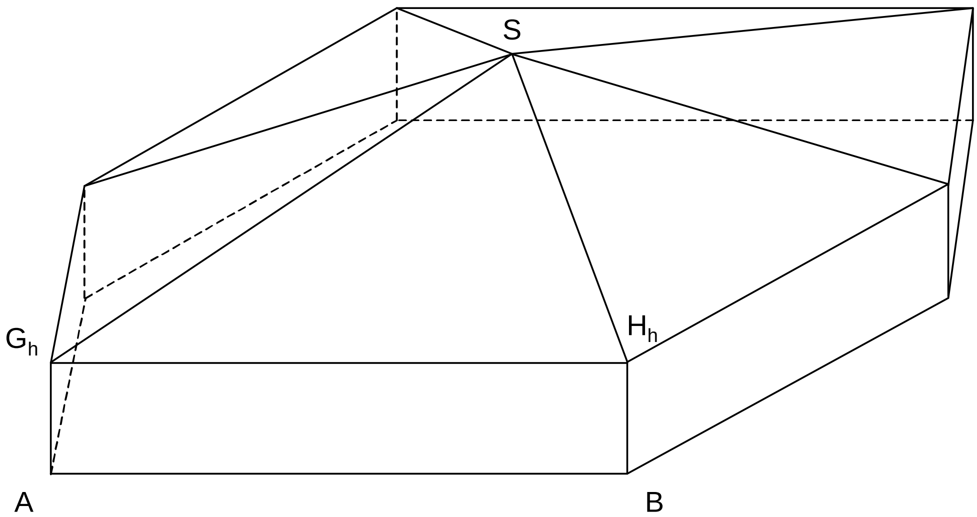
Erreichbare BE-Anzahl: 4

Name des Schülers: ____________________

Aufgabe B2

Bei der Planung einer Schwimmhalle wird als Grundfläche ein regelmäßiges Sechseck ABCDEF verwendet. Das Sechseck befindet sich vollständig in der x-y-Ebene eines kartesischen Koordinatensystems. Die Schwimmhalle kann man sich näherungsweise als regelmäßiges sechsseitiges Prisma mit einer aufgesetzten sechsseitigen geraden Pyramide $G_hH_hI_hJ_hK_hL_hS$ vorstellen. In den Planungsunterlagen findet man die Koordinaten der Punkte $A(0 \mid 10 \mid 0)$, $B(0 \mid 30 \mid 0)$, $G_h(0 \mid 10 \mid h)$, $H_h(0 \mid 30 \mid h)$ und $S(-\sqrt{300} \mid 20 \mid 8)$.

Dabei entspricht 1 LE in der Abbildung 1 m.



(Abbildung 2: nicht maßstabsgetreu)

a) Geben Sie die Gesamthöhe der Halle an. Begründen Sie, dass der Punkt F auf der x-Achse liegen muss und ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte C, D, E und F.
Ermitteln Sie den Abstand der Kante $\overline{AB}$ von der Spitze S.
Berechnen Sie den Inhalt der Grundfläche der Schwimmhalle.

Erreichbare BE-Anzahl: 11

b) Geben Sie eine sinnvolle Einschränkung für den Parameter h an.
Berechnen Sie das Volumen der Schwimmhalle in Abhängigkeit von h.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Dachfläche in Abhängigkeit von h.

Erreichbare BE-Anzahl: 10

c) In einer Planungsvariante wird h = 4 festgelegt. Um das Dach zu stützen, sollen auf dem Boden der Schwimmhalle vertikale Säulen montiert werden. Eine Säule befindet sich im Punkt $P(-7 \mid 20 \mid 0)$. Ermitteln Sie die Höhe der Säule.
In der Schwimmhalle befindet sich unterhalb der Teilfäche G_4H_4S des Daches eine Rutsche, deren Rutschfläche parallel zur Teildachfläche G_4H_4S verläuft und einen Abstand von 4 m zur Teildachfläche besitzt.
Bestimmen Sie die Gleichung der Ebene, in der sich die Rutschfläche befindet.

Erreichbare BE-Anzahl: 10

Name des Schülers: ____________________

d) Für weitere Planungsvarianten soll der Winkel, den die beiden Kanten $\overline{AG_h}$ und $\overline{SG_h}$ einschließen, zwischen 100° und 105° liegen.
Ermitteln Sie alle Werte von h für diese Planungsvarianten.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

e) Für den Zutritt zur Schwimmhalle werden verschiedene Eintrittskarten angeboten. In der folgenden Tabelle sind die Preise und die relativen Häufigkeiten der Besucher an einem Tag dargestellt:

Karten	Erwachsene Preis	relative Häufigkeit	Kind Preis	relative Häufigkeit
Zeitkarte 2h	5,00 €	22%	2,70 €	38%
Zeitkarte 4h	8,00 €	5%	3,50 €	7%
Tageskarte	9,00 €	13%	5,50 €	15%

Ermitteln Sie den mittleren Eintrittspreis pro Besucher an diesem Tag.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Erwachsener eine Tageskarte kauft.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Besitzer einer Zeitkarte ein Erwachsener ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 6

f) Lina und Lena besuchen gern und oft das Schwimmbad. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% werden an einem zufällig ausgewählten Tag in dem Schwimmbad kostenlos Wasserbälle an alle Besucher verschenkt.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der Lina während ihres dritten Besuches das erste Mal einen Wasserball geschenkt bekommt.
Berechnen Sie, wie oft Lena das Schwimmbad mindestens besuchen muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80% mindestens einmal einen Wasserball zu erhalten.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

Zusatzaufgabe:

z) In die Ebene der sechseckigen Grundfläche soll ein Wasserbecken mit rechteckigem Grundriss mit maximaler Fläche eingebaut werden. Dabei sollen 2 Seiten des Wasserbeckens parallel zu 2 Seiten der sechseckigen Grundfläche verlaufen.
Berechnen Sie die Seitenlängen des Grundrisses des Wasserbeckens.

Erreichbare BE-Anzahl: +2