

Prüfungsinhalt Teil A

In den Aufgaben 1 bis 5 ist jeweils genau eine Antwortmöglichkeiten richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1. Die Funktion $f(x) = \frac{x-5}{x^2-6x+5}$ besitzt den größtmöglichen Definitionsbereich D_f .

Für diesen Definitionsbereich gilt:

- $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$
 $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}; x \neq 5\}$
 $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}; x \neq 5; x \neq 1\}$
 $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}; x \neq 5; x \neq 6\}$
 $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}; 1 < x < 5\}$

2. Der Anstieg der Normale an den Graphen der Funktion f_a mit $f_a(x) = \ln(1 + ax^2)$ an der Stelle $x = 1$ beträgt:

- $m = \frac{2a}{1+a}$ $m = -\frac{2a}{1+a}$ $m = \frac{1+a}{2a}$ $m = -\frac{1+a}{2a}$ $m = -\frac{1+a}{a}$

3. Aus einer Urne mit 1 weißen und 9 schwarzen Kugeln werden nacheinander 4 Kugeln mit Zurücklegen entnommen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei diesen 4 Entnahmen genau 1 weiße Kugel gezogen wird?

- 0,2916 0,0729 0,0972 0,4 0,2187

4. Für eine ganzrationale Funktion 4. Grades gilt, dass die 2. Ableitung der Funktion f im gesamten Definitionsbereich $D_f = \mathbb{R}$ positiv ist. Welche Aussage trifft dann für die Funktion f zu?

- Die Funktion f besitzt keine Nullstellen.
 Die Funktion f besitzt genau 2 Wendestellen.
 Die Funktion f besitzt genau 3 Extremstellen.
 Die Funktion f besitzt genau eine Extremstelle.
 Die Funktion f besitzt genau eine Wendestelle.

5. Für jedes $a > 0$ sind die beiden Punkte $A_a(a \mid 2 \mid 0)$ und $B_a(2 \mid 0 \mid a)$ gegeben. Welcher Punkt liegt auf der Strecke $\overline{A_a B_a}$?

- $C_a(\frac{a}{2} \mid 1 \mid \frac{a}{2})$ $C_a(2-a \mid -2 \mid a)$ $C_a(a+2 \mid 2 \mid a)$ $C_a(\frac{a}{2}+1 \mid 1 \mid \frac{a}{2})$

Erreichbare BE-Anzahl: 5

Prüfungsinhalt Teil A

6. Gegeben sind die Ebenen $\varepsilon : 2x + 3y + 4z = 6$ und $\eta : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Weisen Sie nach, dass sich die beiden Ebenen senkrecht schneiden.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

7. Für jedes $c > 1$ ist die Funktion f_c mit der Funktionsgleichung $f_c(x) = c - e^{2x}$ gegeben. Der Graph von f_c schließt mit den Koordinatenachsen eine Fläche vollständig ein. Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche in Abhängigkeit von c und vereinfachen Sie den Term.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

8. Max schreibt heute 8.00 Uhr sein Vorabitur im Fach Mathematik. Dazu benötigt er im 2. Teil einen Taschenrechner. Allerdings hat er neulich seinem Freund Moritz geholfen und 2 Batterien aus dem Taschenrechner ausgebaut. Anschließend warf er sie ziellos in seine Tasche zurück.

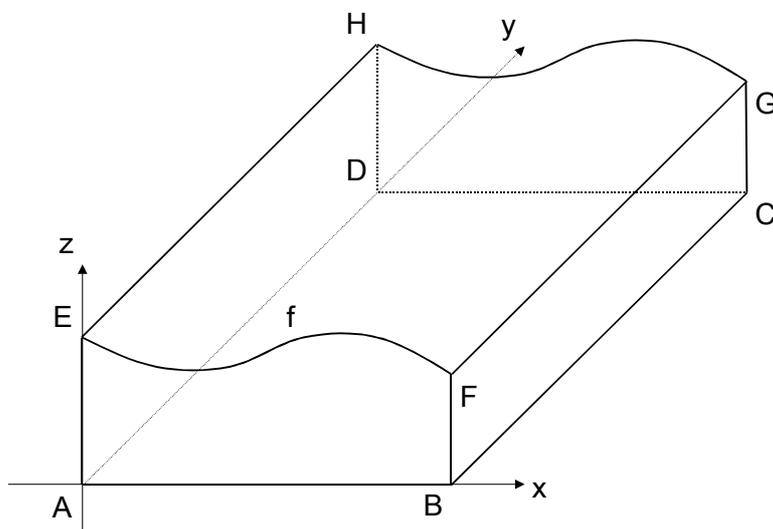
Jetzt ist es schon 7.30 Uhr und er sucht die Batterien verzweifelt in seiner Tasche. Die Tasche hat 3 Fächer. Max weiß nicht, in welchen Fächern sich die Batterien befinden. Er weiß auch nicht, ob sie auf mehrere Fächer verteilt sind. Max durchsucht nacheinander gründlich die Fächer.

Falls in einem Fach Batterien sind, dann findet er diese auch. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der durchsuchten Fächer, bis Max beide Batterien gefunden hat. Berechnen Sie den Wert $E(X)$.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

Prüfungsinhalt Teil B

Aufgabe 1: In der Abbildung 1 befindet sich die vereinfachte Darstellung einer Sporthalle. Die Querschnittsfläche ABFE ist über die gesamte Länge der Halle konstant. Die Länge der Halle beträgt 155 m.



(Abbildung 1 - Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu.)

Die obere gekrümmte Kante EF der Frontseite kann durch die Funktion f mit der Funktionsgleichung $z = f(x) = 15 - 2 \cdot \sin\left(\frac{x}{11}\right) - \frac{x}{22}$ und dem Definitionsbereich $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}; 0 \leq x \leq 65\}$ beschrieben werden. Der Punkt A befindet sich im Koordinatenursprung. Die Punkte A, B, C und D befinden sich in der x-y-Ebene. Der Punkt E besitzt die Koordinaten $E(0 \mid 0 \mid 15)$.

(Hinweis: 1 Längeneinheit in der Abbildung entspricht 1 m.)

- a) Geben Sie die Koordinaten des Punktes G an und ermitteln Sie die minimale und die maximale Höhe der Sporthalle.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

- b) Zu einer späten Tageszeit fällt Sonnenlicht in Richtung $\vec{r} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ auf das

Dach. Es gibt zu dieser Tageszeit einen Teil des Daches, der im Schatten liegt. Bestimmen Sie jeweils für die geradlinigen Begrenzungslinien des Schattenbereiches eine Geradengleichung.

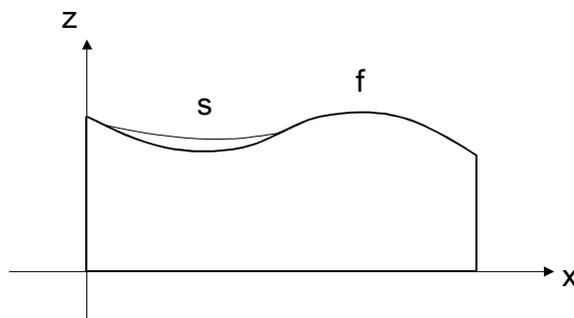
Erreichbare BE-Anzahl: 4

- c) Das Dach wird aus Prefalz hergestellt. Es handelt sich um ein biegsames, wiederverwertbares und besonders leichtes Material. Die Masse beträgt 2,2 kg pro Quadratmeter. Berechnen Sie die Masse des Daches.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

Prüfungsinhalt Teil B

Im Dezember des Jahres 2010 liegt sehr viel Schnee auf dem Dach. Die Oberfläche des Schnees kann durch die Funktion $z = s(x) = 0,00367x^2 - 0,164x + 14,8$ beschrieben werden. Man kann vereinfacht annehmen, dass sich das Schneeprofil über die gesamte Dachlänge nicht ändert. (siehe Abbildung 2)



(Abbildung 2 - Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu.)

d) Bestimmen Sie das Volumen des Schnees, der sich auf dem Dach befindet.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

e) In einer anderen Planungsvariante sollte das Dach ein Flachdach in der Form eines Rechtecks mit den Eckpunkten $E, F_h(65 | 0 | h), G_h(65 | 155 | h)$ und H werden. Geben Sie die Gleichung einer Ebene in Abhängigkeit von h an, in der sich dieses Rechteck EF_hG_hH befindet.

Bestimmen Sie die Einschränkung für den Parameter h , wenn die Neigung des Daches zwischen 6° und 7° liegen soll und die Punkte F_h und G_h tiefer als E und H liegen sollen.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

f) In einer weiteren Planungsvariante sollte die obere Kante EF der Frontseite durch eine ganzrationale Funktion p 3. Grades mit den lokalen Extrempunkten $P_1(20 | 0 | 12)$ und $P_2(50 | 0 | 15)$ beschrieben werden. Berechnen Sie die Funktionsgleichung $p(x)$ für diese Planungsvariante.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

g) In der Halle werden 48 Lampen angebracht. Der Hausmeister, der die Lampen anbringt, hat vorsichtshalber 50 Lampen bestellt. Der Hersteller behauptet, dass mindestens 95% der Lampen in Ordnung sind. Die Behauptung soll an den 50 Lampen getestet werden. Formulieren Sie die Nullhypothese und bestimmen Sie den Ablehnungsbereich bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%.

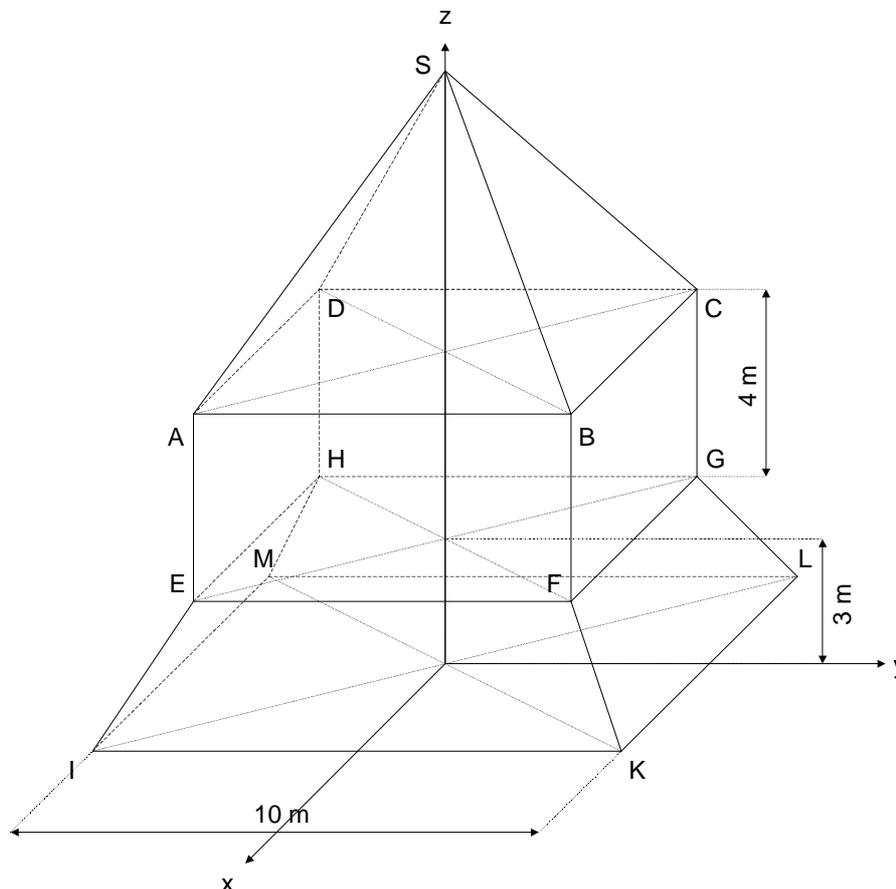
Erreichbare BE-Anzahl: 2

h) Die Haltbarkeit einer Lampe ist näherungsweise normalverteilt mit einer Mittelwert von 2000 Stunden und einer Standardabweichung von 45 Stunden. Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine Lampe nach einem Jahr defekt ist, wenn sie pro Tag etwa 5,4 Stunden leuchtet.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

Prüfungsinhalt Teil B

Aufgabe 2: Die Dachspitze eines Kirchturms hat die Form einer geraden quadratischen Pyramide. Die Kanten der Grundfläche ABCD der Pyramide sind 8 m lang. Alle anderen Maße des kompletten Daches sind der Abbildung zu entnehmen. Die Punkte I, K, L und M liegen in der x-y-Ebene.



(Abbildung 3 - Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu.)

- a) Die Dachkanten \overline{SA} und \overline{SC} sind etwa $70,53^\circ$ gegeneinander geneigt. Berechnen Sie die Koordinaten der pyramidenförmigen Dachspitze S.
(Hinweis: Sollten Sie kein brauchbares Ergebnis erzielen, führen Sie die weiteren Berechnungen mit $S(0 \mid 0 \mid 16)$ durch.)

Erreichbare BE-Anzahl: 2

- b) Untersuchen Sie, ob die Dreiecksfläche ABS parallel zur unteren Dachfläche IKFE verläuft.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

- c) Das gesamte Kupferdach des Turmes (8 geneigte Flächen) muss neu gedeckt werden. Die beauftragte Firma rechnet mit 215 € pro m^2 (ohne Mehrwertsteuer). Berechnen Sie die Kosten für das Decken des Daches zuzüglich 19% Mehrwertsteuer.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

Prüfungsinhalt Teil B

d) Vor dem Neudecken des Daches sollen zur Verstärkung des Dachstuhls zwei Stützbalken eingezogen werden (Die Dicke der Balken ist bei der Rechnung vorerst zu vernachlässigen). Der erste Balken b_1 soll im Mittelpunkt der Dachkante \overline{AD} angesetzt werden und die Dachfläche BCS senkrecht abstützen. Der zweite Balken b_2 soll die Kante \overline{AS} von C aus senkrecht abstützen. Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte P_1 und P_2 , an den die beiden Balken auf die Dachfläche BCS bzw. die Dachkante \overline{AS} treffen. Berechnen Sie die Gesamtlänge beider Balken.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

e) Untersuchen Sie, ob es beim Einbau der beiden Balken zu Problemen kommt, wenn beide Balken eine quadratische Querschnittsfläche von 15 cm Seitenlänge besitzen.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

f) Im Mittelpunkt des Quadrates ABCD hängt eine Glocke. Im Intervall $[-2; 2]$ beschreiben die Graphen der Funktionen $z = f(y) = 2,8 \cdot e^{-0,8 \cdot y^2}$ und $z = g(y) = 2,5 \cdot e^{-y^2}$ näherungsweise den Querschnitt der Glocke in der y-z-Ebene. Ermitteln Sie das Volumen dieser Glocke.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

g) Die Kirchturmuhre schlägt immer zur vollen Stunde jeweils 1-mal. Aber sie ist bereits über 100 Jahre alt und das Schlagwerk hat immer wieder Aussetzer. Durchschnittlich schlägt die Uhr nur in 95,8% der Fälle.

- (1) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Uhr innerhalb eines Tages genau einen Aussetzer hat.
- (2) Berechnen Sie, mit wie vielen Aussetzern innerhalb eines Jahres (365 Tage) insgesamt zu rechnen ist.
- (3) Ermitteln Sie die Mindestanzahl von Tagen, die man die Uhr beobachten müsste, um mit mehr als 99%iger Wahrscheinlichkeit wenigstens einen Aussetzer zu erleben.

Erreichbare BE-Anzahl: 3