Teil B1

1.1 Idee: Differenz der Höhe zwischen den Punkten A und B

$G-Solv: Max: A(-7,941 \mid 4,344)$

$G-Solv: Min: A(-31,27 \mid -25,81)$

$h = 25,81 + 4,344 \approx \underline{\underline{30,15}}$

Wasserstandshöhe: 30,15 m

$f(x) = 0,001x^3 - 0,035x^2 - 0,745x + 1,136$

$f'(x) = 0,003x^2 - 0,07x - 0,745$

$G-Solv: Min: m_{min} = -1,15\overline{3}$

$\tan\alpha = 1,15\overline{3}$

$\alpha = \arctan\left(1,15\overline{3}\right)$

$\alpha \approx \underline{\underline{49,07^o}}$

1.2 Wasserstandsfunktion 20 m über B:
$w(x) = -25,81 + 20 = -5,81$

Schnittstellen zwischen w und f:

$x_1 = 7,329$

$x_2 = 47,58$

Fläche und Volumen:

$$A = \int_{7,329}^{47,58} (w(x) - f(x))dx \approx 515,2m$$

$V = 515,2m^2 \cdot 150m \approx \underline{\underline{77280m^2}}$

1.3 Idee: Bogenlänge

$$L = \int_{-16}^{51,5} \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx \approx 100,4m$$

$A = 100,4m \cdot 150m \approx \underline{\underline{15060m^2}}$

1.4 Idee: maximaler Anstieg der Gerade zwischen P und Q

$P(-8,5 \mid 4,326)$

$Q(x \mid f(x))$

$$m(x) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x) - 4,326}{x + 8,5}$$

$GTR: G-Solv: x = 21,75$

$\underline{\underline{Q(21,75 \mid -21,34)}}$

1.5 X beschreibt die Anzahl der funktionstüchtigen Kugellager
X ... binomialverteilt mit n = 20 und p = 0,95

$$P(A) = P(18 \le X \le 20) \approx \underline{\underline{0,9245}}$$

Y beschreibt die Anzahl der mangelhaften Kugellager
Y ... binomialverteilt mit n = 20 und p = 0,05

$$P(B) = P(Y = 0) \approx \underline{\underline{0,3585}}$$

$$P(C) = P(3 \le Y \le 5) \approx \underline{\underline{0,07515}}$$

1.6 Y beschreibt die Anzahl der mangelhaften Kugellager
Y ... binomialverteilt mit n = 20 und p = 0,05

$$P(Y \ge 1) \le 0,985$$
$$P(Y = 0) \le 0,015$$
$$0,95^n \le 0,015$$
$$n = \log_{0,95} 0,015$$
$$n \approx 81,88$$

Man muss mindestens 82 Kugellager entnehmen.

1.7 rechtsseitiger Signifikanztest:

$$H_0 : p \le 0,05$$
$$n = 50$$
$$X \sim B_{50;0,05}$$
$$\alpha = 0,05$$
$$P(6 \le X \le 50) = 0,03777 < \alpha$$
$$P(5 \le X \le 50) = 0,1036 > \alpha$$
$$\underline{\underline{K = \{6; ...; 50\}}}$$

2.2 Gerade durch H und K:

$\underline{\underline{K(0 \mid 137 \mid 15)}}$

$\underline{\underline{H(152 \mid 137 \mid 15)}}$

$$\underline{\underline{g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 137 \\ 15 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

Ebene: $\underline{\underline{E: y = 137}}$

b) Idee: Die Punkte A und O sind am weitesten entfernt vom Strahler.
Berechnung des Winkels ASP (halber Öffnungswinkel):

1. Variante:

$$\tan\alpha = \frac{\overline{AP}}{h}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{(76\text{cm})^2 + (200\text{cm})^2}}{180\text{cm}}$$

$$\alpha = 49{,}93^o > 35^o$$

2. Variante:

$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{SA} \circ \overrightarrow{SP}}{\left|\overrightarrow{SA}\right| \cdot \left|\overrightarrow{SP}\right|}$$

$$\cos\alpha = \frac{\begin{pmatrix} 76 \\ -200 \\ -180 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -180 \end{pmatrix}}{\sqrt{78176} \cdot 180}$$

$$\alpha = 49{,}93^o > 35^o$$

Da der der halbe Winkel größer als 35° ist, reicht die Höhe nicht.

1. Variante:

$$\tan 35^o = \frac{\overline{AP}}{h}$$

$$\tan 35^o = \frac{\sqrt{45776}}{h}$$

$$h = \frac{\sqrt{45776}}{\tan 35^o}$$

$$h \approx \underline{\underline{305{,}6\text{cm}}}$$

2. Variante:

$$\cos 35^o = \frac{\begin{pmatrix} 76 \\ -200 \\ -h \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -h \end{pmatrix}}{\sqrt{45776 + h^2} \cdot h}$$

$$\cos 35^o = \frac{h^2}{\sqrt{45776 + h^2} \cdot h}$$

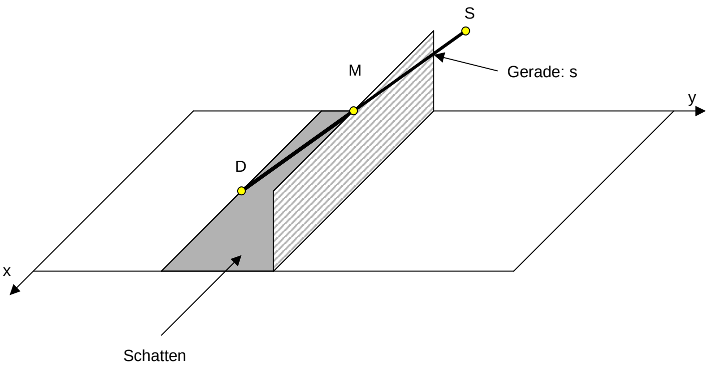
$$\text{Solver}: h \approx \underline{\underline{305{,}6\text{cm}}}$$

2.3 Schatten: Gerade duch S (Spotstrahler) und Mittelpunkt von HK.

$S(76 \mid 200 \mid 306)$

$\underline{\underline{M(76 \mid 137 \mid 15)}}$

$$s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 76 \\ 200 \\ 306 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -63 \\ -291 \end{pmatrix} \qquad (t \in \mathbb{R})$$



(Der Schatten wurde übertrieben dargestellt.)

Durchstoßpunkt der x-y-Ebene: z = 0
Geometrie 1: Lagebeziehung: Gerade-Ebene
$D\left(76 \mid \frac{12974}{97} \mid 0\right)$

Entscheidend ist nur die y-Koordinate: 133,75 cm
Schattenbreite: $137\text{cm} - 133{,}75\text{cm} = 3{,}25\text{cm}$

Anteil: $\frac{3{,}25\text{cm}}{274\text{cm}} = 0{,}0118 \Rightarrow \underline{\underline{p = 1{,}18\%}}$

2.4 Gerade durch Q und R:

$Q(76 \mid 0 \mid 60)$

$H(76 \mid 100 \mid 30)$

$$b: \vec{x} = \begin{pmatrix} 76 \\ 0 \\ 60 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ -30 \end{pmatrix} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

Vereinfachung:

$$b: \vec{x} = \begin{pmatrix} 76 \\ 0 \\ 60 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

Begründung: Die Gerade liegt in der Ebene $E_1 : x = 76$.
Diese Ebene ist parallel zur Ebene $E_{yz} : x = 0$.

Schnittpunkt der Geraden b mit der Ebene des Netzes: $E : y = 137$
Geometrie 1: Lagebeziehung: Gerade-Ebene
$D\left(76 \mid 137 \mid \frac{189}{10}\right)$ $\quad 18{,}9\text{cm} - 15\text{cm} = 3{,}9\text{cm}$

Die Höhe beträgt 3,9 cm über der Netzoberkante.

Das Lot der Reflexion müsste die Normale der Tischebene sein.
Das Lot müsste damit die Winkelhalbierende zwischen Gerade g und Gerade b sein.

$$b:\vec{x}=\begin{pmatrix}76\\0\\60\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}0\\10\\-3\end{pmatrix}\quad(t\in\mathbb{R})\qquad s:\vec{x}=\begin{pmatrix}76\\200\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}0\\10\\3\end{pmatrix}$$

Schnittpunkt der Geraden:
Geometrie 1: Lagebeziehung: Gerade-Gerade
$S(76 \mid 200 \mid 0)$

$$l:\vec{x}=\begin{pmatrix}76\\200\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\quad(t\in\mathbb{R})$$

Winkel zwischen Lot und Gerade b:
$\alpha_1=73,3^o$
Winkel zwischen Lot und Gerade s:
$\alpha_2=73,3^o$
Die Winkel stimmen überein.
Lot und die beiden Geraden liegen außerdem in der Ebene $E_1: x=76$.

2.5 X ... normalverteilt

$$X\sim N(40;0,2)$$

$$P(39,5\leq X\leq 40,5)\approx \underline{\underline{0,9876}}$$

Y... normalverteilt

$$Y\sim N(2,7g;\sigma)$$

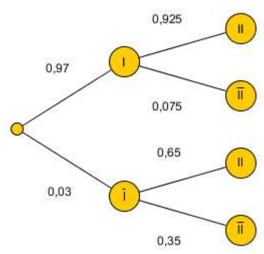
$$P(2,4g\leq X\leq 3g)=0,87$$

$$P(X\leq 2,4g)=0,065$$

$$\Phi\left(\frac{2,4g-2,7g}{\sigma}\right)=0,065$$

$$\sigma\approx\underline{\underline{0,198g}}$$

2.6 Idee: Bedingte Wahrscheinlichkeit



$$P_{II}(I)=\frac{P(I\cap II)}{P(II)}$$

$$=\frac{0,97\cdot 0,925}{0,97\cdot 0,925+0,03\cdot 0,65}$$

$$\approx\underline{\underline{0,9787}}$$