Prüfungsinhalt Teil A

$$f(x)=\frac{1}{4}\cdot x^3-2\cdot x^{-2}$$

1.1 Feld 4: Für f' gilt: $f'(x)=\frac{3}{4}\cdot x^2-2\cdot(-2)\cdot x^{-3}$ ·

$$=\frac{3}{4}\cdot x^2+4\cdot x^{-3}$$

1.2 Feld 3: Diese Funktion ist punktsymmetrisch.

1.3 Feld 4: Die 1. Ableitung besitzt ein lokales Minimum.

1.4 Feld 4: Das Skalarprodukt ist negativ.

1.5 Feld 5: $P(X=7)=\binom{10}{7}\cdot(\frac{4}{6})^7\cdot(\frac{2}{6})^3$

2. Ableitungen:

$$f(x)=ax^2+bx$$

$$f'(x)=2ax+b$$

Extremstelle:

$$f'(0,75)=0$$

$$1,5a+b=0$$

Tangente:

$$f'(1)=4$$

$$2a+b=4$$

Differenz der beiden Gleichungen:

$$0,5a=4$$

$$a=8$$

Berechnung von b:

$$b=-1,5a=-12$$

$$b=4-2a=4-16=-12$$

$$\underline{\underline{y=8x^2-12x}}$$

3. Integralrechnung:

$$\text{Nullstelle}:\ (2-2x)\cdot e^x=0$$

$$x=1$$

$$A=\int_0^1(2-2x)\cdot e^x dx=[(4-2x)\cdot e^x]_0^1$$

$$=\underline{\underline{2\cdot e-4}}$$

4. Gerade h:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = -1 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Offensichtlich sind die Geraden parallel oder identisch.

Punktprobe:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$t = -1$$

$$t \in \mathbb{R}$$

$$t = \frac{1}{2}$$

Die Punktprobe funktioniert nicht. Deshalb sind die Geraden echt parallel.

Somit bestimmen diese eindeutig eine Ebene.

Prüfungsinhalt Teil B

Aufgabe B1

1.1 Funktion f in Y1 eingeben

Funktion h in Y2 eingeben

sinnvolles Fenster einstellen XMin=-300, XMax=700, YMin=0, YMax=300

$$f(-100) = 265{,}5\text{cm} = \underline{\underline{2{,}655\text{m}}}$$

$$h(500) = \underline{\underline{11{,}75}}$$

Die Höhe beträgt 11,75 cm.

1.2 Idee: Der Anstieg und der Funktionswert an der Stelle muss übereinstimmen.

Der Funktionswert stimmt bereits nach Aufgabe 1.1.

$$f'(-100) = 0$$

$$\underline{\underline{m = 0}}$$

Die Plattform ist parallel zur x-Achse und stimmt mit dem Anstieg von f überein.

1.3 Offensichtlich ist die Rutsche im Punkt C am steilsten.

$h'(0) = -1,62$

$\tan\alpha = 1,62$

$\alpha = \underline{\underline{58,3^\circ}} < 60^\circ$

Die Bedingung ist also erfüllt.

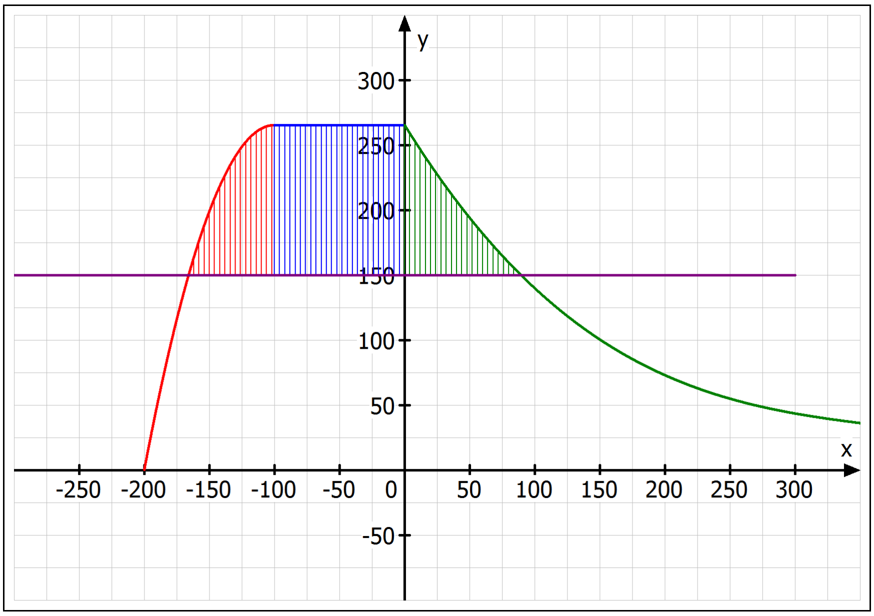
1.4 Idee: Normale an der Stelle x = 110 mit Taschenrechner

$n(x) = 1,15x + 4,373$

Nullstelle : $x = -3,8$

$\underline{\underline{F(-3,8 \mid 0)}}$

1.5 1. Teilstück:



Schnittstellen:

$x_1 = -166,0$

$(x_2 = -34,0)$

$$A_1 = \int_{-166}^{-100} [h(x) - 150]dx = 5083,45$$

2. Teilstück:

$A_2 = 100 \cdot 115,5 = 11550$

3. Teilstück:

Schnittstelle:

$x_1 = 89,5$

$$A_1 = \int_0^{89,5} [h(x) - 150]dx = 4747,89$$

Gesamt:

$$A = 5083,45 + 26550 + 4747,89$$
$$= \underline{\underline{21380\text{cm}^2}}$$

2.6 Erwartungswert:

$n = 50$

$p = 0,04$

$E(X) = np = 50 \cdot 0,04 = \underline{\underline{2}}$

Es wird erwartet, dass 2 LEDs die Mindestbetriebsdauer nicht erreichen.

$n = 50$

$p = 0,04$

$P(0 \leq X \leq 4) = \underline{\underline{0,9510}}$

Mit einer W. von 95,10% erreichen höchstens 4 die Mindestbetriebsdauer nicht.

1.7 Binomialverteilung:

$n = ?$

$p = 0,96$

$E(X) = 50 = n \cdot 0,96$

$n = \underline{\underline{52,083}}$

Es müssen mindestens 53 LEDs bestellt werden.

2.8 Bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P_B\left(\overline{M}\right) = \frac{0,16}{0,96} = \frac{1}{6} \approx \underline{\underline{0,1667}}$$

Aufgabe B2

2.1 Ablesen: $\underline{\underline{M(0 \mid 3 \mid 5,6)}}$

Nachweis:

$F(11 \mid 9 \mid 3,2) \quad 4\cdot 9+5\cdot 3,2 = 36+16 = 52$ w.A.

$G(0 \mid 9 \mid 3,2) \quad 4\cdot 9+5\cdot 3,2 = 36+16 = 52$ w.A.

$K(11 \mid 6 \mid 5,6) \quad 4\cdot 6+5\cdot 5,6 = 24+28 = 52$ w.A.

Lagebeziehung Ebene-Ebene (auch mit GTR möglich):

$$z = 0$$

$$4y+5z = 52$$

$$\cos\gamma = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}\circ\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{|5|}{1\cdot\sqrt{16+25}}$$

$$\gamma = \underline{\underline{38,66^\circ}}$$

2.2 Begründung für die x-Koordinate:

$x = \frac{11}{2}+4 = 9,5$

Begründung für die y-Koordinate:

Es ist die Mitte zwischen den y-Koordinaten von A und B.

$y = \frac{0+9}{2} = 4,5$

$N(9,5 \mid 4,5 \mid z)$ in die Ebenengleichung:

$$4\cdot 4,5+5\cdot z = 52$$

$$5z = 34$$

$$z = 6,8$$

Die Höhe beträgt also 6,8 m.

Idee: Zerlegung in zwei Teilflächen:

Rechteck FGLK:

$$\overline{KF} = \sqrt{3^2+2,4^2} = \sqrt{14,76}$$

$$A_1 = 11\cdot\sqrt{14,76}$$

Trapez LONK:

$$\overline{M_{KL}M_{NO}} = \sqrt{1,5^2+1,2^2} = \sqrt{3,69}$$

$$A_2 = \frac{8+11}{2}\cdot\sqrt{3,69}$$

$$A = 11\cdot\sqrt{14,76}+9,5\cdot\sqrt{3,69}$$

$$A = \underline{\underline{60,5m^2}}$$

2.3 Idee: Geht die Gerade durch P und N unter der Kante IK entlang?

$$s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 14 \\ 4,5 \\ 1,8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4,5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Programm: Schnittpunkt mit der Ebene E: x = 11.

$$\underline{\underline{D_{11}\left(11 \mid 4,5 \mid 5,1\overline{3}\right)}}$$

Der Punkt liegt unter der Kante.
Deshalb ist der Punkt N nicht von P aus zu sehen.

2.4 Stochastische Abhängigkeit:

$$P\left(\overline{M}\right) = 0,04$$

$$P\left(\overline{F}\right) = 0,054$$

$$P\left(\overline{M} \cap \overline{F}\right) = 0,03 \neq 0,04 \cdot 0,054 = \underline{\underline{0,00216}}$$

2.5 Pfadregeln:

$$0,04 + 0,96 \cdot 0,04 + 0,96^2 \cdot 0,04 = 0,115264$$

$$p \approx \underline{\underline{11,53\%}}$$