Teil A:

1.1 Anstieg der Tangente:

$$f(x) = (x-2)^{-1}$$

$$f'(x) = (-1)\cdot(x-2)^{-2} = -\frac{1}{(x-2)^2}$$

$$f'(1) = \underline{\underline{-1}}$$

1.2 Feld 4

1.3 Feld 4

1.4 Feld 4 (Sie schneiden sich im Punkt S(1;4;1).

1.5 Feld 2

2.1 Ansatz für Nullstellen:

$$0 = x^2 - 2ax + 9$$

$$x_{1;2} = a \pm \sqrt{a^2 - 9}$$

genau 1 Nullstelle: $a = 3$ oder $a = -3$

keine Nullstellen: $-3 < a < 3$

2 Nullstellen: $a > 3$ oder $a < -3$

2.2 Minimum und Ortskurve

$$f_a'(x) = 2x - 2a \Rightarrow x = a$$

$$f_a'(x) = 2 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$$

$$f(a) = a^2 - 2a^2 + 9 = -a^2 + 9$$

$$y = -x^2 + 9$$

Die Ortskurve ist trivial.

3.1 A ... Igelaufdruck

$$P(A) = 0,8\cdot 0,6 + 0,2\cdot 0,4 = 0,48 + 0,08 = 0,56$$

$$E(X) = 100\cdot 0,56 = 56$$

3.2 bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P_A(II) = \frac{0,08}{0,56} = \frac{1}{7}$$

4 Punkt A nicht auf g:

$$1 = 1$$

$$1 + 3t = -1 \Rightarrow t = -\frac{2}{3}$$ Widerspruch, es gibt keinen Wert t.

$$-t = 4 \Rightarrow t = -4$$

Es gibt 3 Varianten (hier: als Extremwertaufgabe)

$$d(t) = \sqrt{(2+3t)^2 + (4+t)^2} = \sqrt{20 + 20t + 10t^2}$$

$$d'(t) = \frac{1}{2}\cdot\frac{20+20t}{\sqrt{20+20t+10t^2}}$$

$$d_{min} = d(-1) = \sqrt{10}$$

Teil B1

1.1 Tiefe:
$f(0) = -9$
Die größtmögliche Tiefe beträgt 9 m.

Nullstellen:
$x_1 = -30$ und $x_2 = 30$
Die maximale Breite beträgt 60 m.

Begründung:
$f(30) = f(-30) = 0$
$f'(30) = f'(-30) = 0$
Die Funktionswerte und die Anstiege betragen jeweils 0.

$$f'(x) = -2 \cdot \left(\frac{2}{300}x\right) \cdot \left(\frac{1}{300}x^2 - 3\right)$$

$f'_{max}(17,32) \approx 0,4619$
Das maximale Gefälle beträgt 46,19%.

1.2 Tangente von außen:
Ansatz: $\frac{f(x)-3,5}{x-40} = f'(x)$
Startwert für Solver: 30
Berührungsstelle: x = 25,368144
Funktionswert: $f(25,368144) \approx -0,73$

Die Wassertiefe beträgt in diesem Fall 8,27 m.

1.3 Ansatz: Normale im Punkt $R(11 \mid -6,7427)$
$n(x) = -2,6257x + 22,1405$

Abstand zum allgemeinen Normalenpunkt:

$$d = \sqrt{(x-11)^2 + (n(x) - f(11))^2}$$

$$4 = \sqrt{(x-11)^2 + (-2,6257x + 22,1405 + 6,7427)^2}$$

Solver : $x = 9,5764$

$n(x) = -3,0046$

$$\underline{\underline{S(9,58 \mid -3,00)}}$$

1.4 Ansatz für a und b:

Ansatz für Volumen:

$$g(0) = -16 \Rightarrow b = 4$$

$$g(x) = -\left(\frac{1}{a}x^2 - 4\right)^2$$

$$g(30) = 0$$

$$0 = -\left(\frac{1}{a} \cdot 900 - 4\right)^2$$

$$a = 225$$

$$g(x) = -\left(\frac{1}{225}x^2 - 4\right)^2$$

$$A = \int_{-30}^{30} (f(x) - g(x))dx$$

$$= 224$$

$$V = 224m^2 \cdot 1500m$$

$$= \underline{\underline{336000m^3}}$$

1.5 Alternativtest (analog linksseitiger Signifikanztest):

$H_0 : p = 0,95$

$H_1 : p = 0,85$

$n = 50$

$\alpha = 0,05$

$K = \{0, 1, 2, .., 43, 44\}$

Fehler 2. Art:

$H_1 : p = 0,85$

$n = 50$

$P(45 \le Y \le 50) \approx \underline{\underline{0,2194}}$

Teil B2

2.1 Ebenengleichung:

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 16 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{OB_k} = \begin{pmatrix} 16 \\ 35 \\ 1,5+k \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 16 \\ 35 \\ 1,5+k \end{pmatrix} \qquad s, r \in \mathbb{R}$$

oder

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 16 \\ 35 \\ 1,5+k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,5-k \\ 35 \end{pmatrix}$$

$$E: (-1,5-k)y + 35z = 0$$

2.2 Idee: Für k = 2 ist der Winkel maximal:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3,5 \\ 35 \end{pmatrix}; \vec{n}_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha = 5,71^{o}$$

Winkel mit ABI 2015: Geometrie 1: Skalarprodukt

2.3 Flächeninhalt des Trapezes und Volumen des Prismas:

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h = \frac{12 + 10,5 - k}{2} \cdot 35 = 17,5(22,5-k)$$

$$= 393,75 - 17,5k$$

$$V = A \cdot 16 = \underline{\underline{6300 - 280k}}$$

2.4 (1) Mittelpunkt der Bühnenöffnung ermitteln

$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \qquad M(8 \mid 0 \mid 6)$$

(2) Gerade durch S und M aufstellen

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 14,4 \\ 12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -14,4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

(3) Durchstoßpunkt mit der Ebene z = 1 ermitteln

$D(8 \mid -12 \mid 1)$

(4) y-Koordinate mit c vergleichen

Ist c < -12, dann liegt der Bildpunkt auf dem Bühnenboden.

2.5 Ebene durch A, D und P (mit Programm: Ebene: 3 Punkte)
$E_1: -75x + 48y - 100z = -1200$

Ebene durch D, P und Q (mit Programm: Ebene: 3 Punkte)
$E_2: -225x + 144y + 32z = 384$

Schnittwinkel mit Lage PGE: $\alpha = \underline{\underline{55,14^\circ}}$

$$\overrightarrow{n_1} = \overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} 0-16 \\ 0-0 \\ 12-h \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 16-16 \\ 25-0 \\ 12-h \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_1} = \begin{pmatrix} -16 \\ 0 \\ 12-h \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 25 \\ 12-h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25(12-h) \\ 16(12-h) \\ -400 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_2} = \begin{pmatrix} -225 \\ 144 \\ 32 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_1} \circ \overrightarrow{n_2} = 0$$

$$0 = 5625(12-h) + 2304(12-h) - 12800$$

$$12800 = 7929(12-h)$$

$$h \approx 10,39$$

$$\underline{\underline{A^*(16 \mid 0 \mid 10,39)}}$$

2.6 X ... binomialverteilt mit n = 26 und p = 0,88
Wahrscheinlichkeit mit Stochastik 1: X~B(n;p)
$P(22 \le X \le 26) \approx \underline{\underline{0,8051}}$

2.7 Y ... normalverteilt mit µ = 1,2 mm

$$P(Y \le 1\text{mm}) = 0,062$$

$$\Phi\left(\frac{1\text{mm} - 1,2\text{mm}}{\sigma}\right) = 0,062$$

$$\text{Solver}: \sigma = 0,13\text{mm}$$

Wahrscheinlichkeit mit Stochastik 1: X~N(µ;s)

$P(1,1\text{mm} \le X \le 1,3\text{mm}) \approx \underline{\underline{0,5582}}$