Prüfungsinhalt Teil A

1.1 Feld 4: Für f' gilt: $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2.$

1.2 Feld 1

1.3 Feld 4

1.4 Feld 5 $10 \cdot 9 = 90$

1.5 Feld 5: $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

2. Ableitungen:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$$
$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$$
$$f''(x) = 6x - 6$$
$$f'''(x) = 6$$

Wendestelle:

$$6x - 6 = 0$$
$$x_1 = 1$$

Wendepunkt:

$$f(1) = 1 - 3 + 2 = 0$$
$$W(1 \mid 0)$$

Anstieg der Wendetangente:

$$f'(1) = 3 - 6 + 2 = -1$$
$$y = -x + n$$

Berechnung des Achsenabschnittes:

$$0 = -1 + n$$
$$n = 1$$
$$\underline{\underline{y = -x + 1}}$$

3. Idee: Kreuzprodukt (Vektorprodukt)

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+1 \\ -(3+1) \\ -1+2 \end{pmatrix}$$
$$= \underline{\underline{\begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}}}$$

4.

$X = k$	0	1	2
$P(X = k)$	$\frac{5}{18}$	$\frac{10}{18}$	$\frac{3}{18}$

$$E(X) = 0 \cdot \frac{5}{18} + 1 \cdot \frac{10}{18} + 2 \cdot \frac{3}{18} = \frac{16}{18}$$
$$E(X) = \underline{\underline{\frac{8}{9}}}$$

Prüfungsinhalt Teil B

Aufgabe B1

1.1 Punkt B und Anstieg:

$f(0) = g(0) = 0,5$

$\underline{\underline{B(0 \mid 0,5)}}$

$\alpha = \arctan m = \arctan 1,2$

$\underline{\underline{\alpha \approx 50,2^\circ}}$

Abstand und Lage auf g:

$g(4,48) = 5,876 \approx \underline{\underline{5,88}}$

$\overline{BC} = \sqrt{(4,48-0)^2 - (5,88-0,5)^2} \approx \underline{\underline{7,00m}}$

Beide Bedingungen sind erfüllt.

1.2 Idee: Funktionswerte und Anstiege vergleichen

$f(0) = g(0) = 0,5$

$f'(x) = 1,2 \cdot e^{2x}$

$f'(0) = 1,2$

$g'(x) = 1,2$

$g'(0) = 1,2$

Funktionswerte und Anstiege stimmen offensichtlich überein.

Schnittstelle mit der x-Achse und Anstieg an der Stelle:

$0 = 0,6 \cdot e^{2x} - 0,1$

$\frac{1}{6} = e^{2x}$

$\ln\frac{1}{6} = 2x$

$x = \frac{1}{2}\ln\frac{1}{6}$

$x \approx -0,8959$

$f'(-0,8959) = 0,2$

$\alpha = \arctan 0,2 = \underline{\underline{11,3^\circ}}$

1.3 Idee: Normale durch den Punkt D

$y = \frac{6}{5}x + \frac{1}{2}$

$\text{Normale}: \; y = -\frac{5}{6}x + n$

$0 = -\frac{5}{6} \cdot 4,5 + n$

$n = 3,75 = \frac{15}{4}$

$y = -\frac{5}{6}x + \frac{15}{4}$

Schnittpunkt der beiden Geraden:

ISCT :

$F(1,5984 \mid 2,4180)$

$\underline{\underline{x \approx 1,6}}$

1.4 Idee: Bestimmen ganzrationaler Funktionen

$$h(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$h'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$
$$h(-1) = -a + b - c + d = 0$$
$$h'(-1) = 3a - 2b + c = 0$$
$$h(0) = d = \frac{1}{2}$$
$$h'(0) = c = \frac{6}{5}$$
$$h(x) = \underline{\underline{0,2x^3 + 0,9x^2 + 1,2x + 0,5}}$$

1.5 genau einen Fehler:

$$P(X = 1) = 0,01 \cdot 0,98 + 0,02 \cdot 0,99 = \underline{\underline{0,0296}}$$

$$p = 0,99 \cdot 0,98 = 0,9702$$
$$E(X) = np = 1000 \cdot 0,9702 = \underline{\underline{970,2}}$$

1.6 Binomialverteilung:

$$n = 100$$
$$p = 0,97$$
$$P(0 \le X \le 94) = \underline{\underline{0,08084}}$$

Binomialverteilung:

$$n = 100$$
$$p = 0,9$$
$$P(95 \le X \le 100) = \underline{\underline{0,05758}}$$

Aufgabe B2

2.1

Längen:

$\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -40 \\ -80 \\ 65 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{BD}\right| = \sqrt{1600+6400+4225} = \sqrt{12225} \approx \underline{\underline{110,57m}}$

$\overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} -40 \\ -80 \\ 116 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{BD}\right| = \sqrt{1600+6400+13456} = \sqrt{21456} \approx \underline{\underline{146,48m}}$

Die Schenkel sind gleich lang.

$\overrightarrow{PS} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{QR} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{PS} = 2 \cdot \overrightarrow{QR}$

Die Seiten PS und QR sind parallel.

2.2 Lagebeziehung: Gerade-Ebene

$H: x + 20z = 0$

Gerade (Seil):

$g: \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 114 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ 14 \end{pmatrix} \qquad (t \in \mathbb{R})$

Lagebeziehung mit Geometrie 1: Gerade-Ebene

$\underline{\underline{C(-40 \mid 80 \mid 2)}}$

Ansatz: $A(0 \mid y \mid 0)$

$\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} 0 \\ -y \\ 114 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{AE}\right| = \sqrt{y^2 + 12996} = 145 \qquad y = \underline{\underline{\pm 89,6}}$

$\underline{\underline{A(0 \mid -89,6 \mid 0)}}$

2.3 $\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -40 \\ -80 \\ 65 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{BD}\right| = \sqrt{1600+6400+4225} = \sqrt{12225}$

$\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 40 \\ 80 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{OB}\right| = \sqrt{1600+6400+4} = \sqrt{8004}$

$\overrightarrow{OD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 63 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{OD}\right| = \sqrt{3969} = 63$

Begründung: Es gilt nicht der Satz des Pythagoras: $3969 + 8004 \neq 12225$

Winkel mit Programm Dreieck: $\beta = \underline{\underline{34,73^\circ}}$

$$\frac{\overline{BF}}{4m} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OD}} = \frac{\sqrt{8004}}{63}$$

$$\overline{BF} = \underline{\underline{5{,}68m}}$$

$$\vec{x} = \overrightarrow{OB} + \frac{5{,}68}{\sqrt{8004}} \cdot \begin{pmatrix} -40 \\ -80 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 37{,}46 \\ 74{,}92 \\ -1{,}873 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{F(37{,}46 \mid 74{,}92 \mid -1{,}873)}}$$

2.4 Lagebeziehung von 2 Geraden:

$$l_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 100 \\ 10 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -100{,}1 \\ -10{,}2 \\ 154 \end{pmatrix} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

$$l_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 100 \\ 0{,}75 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -10{,}1 \\ -100{,}2 \\ 149{,}25 \end{pmatrix} \qquad (s \in \mathbb{R})$$

Lagebeziehung mit Geometrie 1: Gerade-Gerade

$$\underline{\underline{S(-0{,}1 \mid -0{,}2 \mid 150)}}$$

Der Punkt liegt nicht mehr über dem Koordinatenursprung.

Winkel zwischen 2 Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 150 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} -0{,}1 \\ -0{,}2 \\ 150 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = 0{,}085^\circ$$

2.5 Idee: Gegenereignis: kein Sturm mit Spitzengeschwindigkeit

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left(\frac{6}{7}\right)^n \geq 0{,}9$$

$$0{,}1 \geq \left(\frac{6}{7}\right)^n$$

$$n \geq \log_{\frac{6}{7}} 0{,}1$$

$$n \geq \underline{\underline{14{,}93}}$$

Antwort: 15 Jahre