Prüfungsinhalt Teil A

1.1 Feld 5: Für f' gilt: $f'(x) = 3x^2 - 8x - 3 \Rightarrow f'(-1) = 3 + 8 - 3 = 8$.

1.2 Feld 3

1.3 Feld 5

1.4 Feld 1: $-t + 4t + 6 = 0 \;\Rightarrow\; 3t = -6 \;\Rightarrow\; t = -2$

1.5 Feld 1: $\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{30}$

2. Ableitungen:

$$f(x) = x \cdot e^x$$
$$f'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x = (1 + x) \cdot e^x$$
$$f''(x) = (2 + x) \cdot e^x$$

Extremstelle:

$$1 + x = 0$$
$$x_1 = -1$$

Extrempunkt:

$$f(-1) = -1 \cdot e^{-1} = -\frac{1}{e}$$
$$\underline{\underline{E\left(-1 \mid -\frac{1}{e}\right)}}$$

Art des Extrempunktes:

$$f''(-1) = (2-1) \cdot e^{-1} = \frac{1}{e} > 0$$
$$\Rightarrow \text{Min.}$$

Es handelt sich also um einen lokalen Tiefpunkt.

(Vielleicht ist es sogar der globale Tiefpunkt?)

3. Idee: Richtungsvektoren

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (r, s \in \mathbb{R})$$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$E: -3x + 6y - 2z = 11$ oder $E: 3x - 6y + 2z = -11$

4.

$X = k$	30	0
$P(X = k)$	$\frac{1}{25}$	$\frac{24}{25}$

$$E(X) = \frac{30}{25} = \frac{6}{5} = \underline{\underline{1{,}20€}}$$

Der Einsatz muss 1,20 € betragen.

Prüfungsinhalt Teil B

Aufgabe B1

1.1 Punkte:

$T(0 \mid 77) \qquad H_1(-812 \mid 254) \qquad H_2(812 \mid 254)$

1.2 Fläche:

$\int_{-812}^{812} f(x) - 77dx \approx \underline{\underline{95800m^2}}$

(Viel Freude beim Kunstprojekt.)

1.3 Tangente an der Stelle $x = -450$ an den Graphen von f:

$g(x) = -0,24156x + 22,649$

$g(-812) \approx 219 < 227$

Der Brückenpfeiler wird nicht höher als 150 m über der Fahrbahn angestrahlt.

Idee: Anstieg der Tangenten:

$\tan\alpha = m = 0,24156$

$\alpha = 13,58°$

$\beta = 90° - \alpha = \underline{\underline{76,42°}}$

1.4 Idee: Bogenlänge

$f'(x) = 0,0005368x$

$L = \int_{-812}^{812} \sqrt{1 + (0,0005368x)^2}\, dx = \underline{\underline{1674m}}$

$\frac{1674m}{93} = \underline{\underline{18m}}$

1.5 Idee: Differenzfunktion

$d(x) = f(x) - k(x)$

$x_1 = -579,3$

$x_2 = 579,3$

$d_{max} \approx \underline{\underline{5,27m}}$

1.6 Binomialverteilung:

$n = 100$

$p = 0,75$

$P(0 \le X \le 80) \approx \underline{\underline{0,9005}}$

1.7 Binomialverteilung:

$$P(X \geq 1) \geq 0,99$$
$$P(X = 0) \leq 0,01$$
$$0,25^n \leq 0,01$$
$$n \geq \log_{0,25} 0,01 = 3,32$$
$$\underline{\underline{n = 4}}$$

Es müssen mindestens 4 Autos sein.

1.8 Binomialverteilung:

$n = 30$

$p = 0,4$

$X \sim B(30; 0,4)$

$\alpha = P(0 \leq X \leq 7) \approx \underline{\underline{0,04352}}$

$n = 30$

$p = 0,2$

$Y \sim B(30; 0,2)$

$\beta = P(8 \leq Y \leq 30) \approx \underline{\underline{0,2392}}$

Aufgabe B2

2.1

Längen:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{P_1P_2}\right| = \sqrt{900} = \underline{\underline{30\text{m}}}$$

$$\overrightarrow{P_2P_3} = \begin{pmatrix} -3 \\ 13 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{P_2P_3}\right| = \sqrt{178} = \underline{\underline{13{,}34\text{m}}}$$

$$\overrightarrow{P_3P_4} = \begin{pmatrix} -23 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{P_3P_4}\right| = \sqrt{529} = \underline{\underline{23\text{m}}}$$

$$\overrightarrow{P_4P_1} = \begin{pmatrix} -4 \\ -13 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{P_4P_1}\right| = \sqrt{185} = \underline{\underline{13{,}6\text{m}}}$$

Es sind nur 2 Seiten parallel.

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \tfrac{30}{23} \cdot \overrightarrow{P_3P_4} \Rightarrow \qquad \overrightarrow{P_1P_2} \parallel \overrightarrow{P_3P_4}$$

2.2 Flächeninhalt:

Dreieck $P_1P_2P_3$: $A_1 = 195\text{m}^2$

Dreieck $P_1P_3P_4$: $A_2 = 149{,}5\text{m}^2$

Trapez: $A = 344{,}5\text{m}^2 = 3445000\text{cm}^2$

Masse:

$$m = V \cdot \varrho = A \cdot 30\text{cm} \cdot 1{,}9\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 196365000\text{g}$$

$$m = \underline{\underline{196{,}365\text{t}}}$$

Es reichen also 10 LKW-Ladungen.

2.3

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{10} \qquad \overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{10}$$

Die Seiten BC und AB sind gleich lang und rechtwinklig.

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 16 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{D(13 \mid 9 \mid 0)}}$$

2.4 Binomialverteilung (schon wieder, aber es wird interessant):

$$n = 75$$
$$p = 0,96$$
$$P(73 \le X \le 75) \approx \underline{\underline{0,4186}}$$

$$n = 89 \qquad\qquad n = 90$$
$$p = 0,8 \qquad\qquad p = 0,8$$
$$P(73 \le X \le 89) \approx 0,3743 < \underline{\underline{0,4186}} \qquad P(73 \le X \le 90) \approx 0,4580 > \underline{\underline{0,4186}}$$

Es sollten also 90 Koniferen der Sorte 2 sein.

Vergleich der Preise:

$75 \cdot 7,00 = \underline{\underline{525€}}$ $\qquad$ $90 \cdot 6,00 = \underline{\underline{540€}}$

Der Kauf der 75 Koniferen der Sorte 1 wäre günstiger.

2.5 Durchstoßpunkte mit der x-y-Ebene:

$$l_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2,2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} \qquad D_{xy}(0 \mid 1,76 \mid 0)$$

$$l_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 2,2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} \qquad D_{xy}(30 \mid 1,76 \mid 0)$$

Der Abstand beträgt 1,76 m.