Teil A:

1.1 Steigung der Tangente:

$$f(x) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{x}}$$

$$f'(a) = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{2a}}}}$$

1.2 Stammfunktion:

$$g(x) = \frac{1}{7 - 3 \cdot x}$$

$$G(x) = \underline{\underline{-\frac{1}{3} \cdot \ln|7 - 3 \cdot x|}}$$

1.3 Die Tangente an den Graphen von h an der Stelle s ist monoton fallend.

1.4 $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{7 \cdot 8}{2} = \binom{8}{2} = 28$

1.5 Teilung einer Strecke:

$$\overrightarrow{OT} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{OB} = \frac{2}{5}\begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix} + \frac{3}{5}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{14-9}{5} \\ \frac{-8-15}{5} \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{T(\ 1\ ;\ -4,6\ )}}$$

2 Der Graph von M hat an den Nullstellen von m Extremstellen
Der Graph von M hat an den Extremstellen von m Wendestellen.
Ist m positiv, dann ist M monoton steigend.
Ist m negativ, dann ist M monoton fallend.

3 Beweis:

$$\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}}{2} - \frac{\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OC}}{2} = \frac{\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OF}}{2} = \frac{\overrightarrow{FA}}{2}$$

$$\overrightarrow{JN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OJ} = \frac{\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OF}}{2} - \frac{\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OC}}{2} = \frac{\overrightarrow{CH}}{2}$$

Die Vektoren $\overrightarrow{FA}$ und $\overrightarrow{CH}$ sind Diagonalenvektoren eines Quadrates. Sie stehen senkrecht aufeinander. Deshalb stehen auch die Vektoren $\overrightarrow{JI}$ und $\overrightarrow{JN}$ senkrecht aufeinander.

4 Ansatz für faires Spiel: Die Auszahlung sollte 4 betragen.

$$8 \cdot p^3 + 4 \cdot (1 - p)^3 + 7 \cdot 3p \cdot (1 - p)^2 = 4$$

$$8 \cdot p^3 + 4 - 12p + 12p^2 - 4p^3 + 21p - 42p^2 + 21p^3 = 4$$

$$25 \cdot p^3 - 30p^2 + 9p = 0$$

$$p \cdot (25 \cdot p^2 - 30p + 9) = 0$$

$$p^2 - \frac{6}{5}p + \frac{9}{25} = 0$$

$$p_{1;2} = \frac{3}{5} \pm \sqrt{\frac{9}{25} - \frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

Damit muss der Zentriwinkel 216° betragen.

Aufgabe 1: Teil B

1.1 Definitionsbereich:

$$r_t(x) = (t - x) \cdot \sqrt{x}$$

$$D_r = \{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge 0 \leq x \leq t\}$$

Nachweis:

$$r_t(x) = (t - x) \cdot \sqrt{x} = t \cdot x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}}$$

$$r_t'(x) = \frac{1}{2} \cdot t \cdot x^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}}$$

$$r_t''(x) = -\frac{1}{4} \cdot t \cdot x^{-\frac{3}{2}} - \frac{3}{4} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = -\frac{t+3x}{4x^{\frac{3}{2}}}$$

$$t + 3x = 0$$

$$x = -\frac{t}{3} < 0$$

$$\underline{\underline{x = -\frac{t}{3} \notin D_r}}$$

Die potentielle Wendestelle liegt nicht im Definitionsbereich

1.2 Das sind doch geschenkte Bewertungseinheiten:

$$\underline{\underline{t = 5}}$$

$$u(x) = -(5 - x) \cdot \sqrt{x}$$

1.3 Idee: Maximum der Funktion

$$r_{max} = \frac{8}{3} \cdot \sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$A_{max} = \pi \cdot r_{max}^2 = \frac{256}{27}\pi \approx \underline{\underline{29,79FE}}$$

1.4 Rotationsvolumen:

$$V_x = \pi \int_0^4 (f(x))^2 dx = \frac{64}{3}\pi$$

$$V_1 = \pi \int_0^b (f(x))^2 dx = \frac{32}{3}\pi$$

$$\int_0^b (4 - x)^2 \cdot x dx = \frac{32}{3}$$

$$\int_0^b 16x - 8x^2 + x^3 dx = \frac{32}{3}$$

$$8b^2 - \frac{8}{3}b^3 + \frac{1}{4}b^4 = \frac{32}{3}$$

$$b \approx 1,5429$$

Die Ebene lautet: $\varepsilon : \underline{\underline{x \approx 1,5429}}$

Die Ebenen müssen die x-Achse beinhalten.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ a \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{z - a \cdot y = 0}}$$

1.5 Für eine Funktion 3. Grades benötigt man 4 Informationen.

Als Ansatz dient die folgende Funktionsgleichung:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Als Informationen dienen beispielsweise die Nullstellen und der Extrempunkt.

$$f(0) = 0$$
$$f(t) = 0$$
$$f(x_E) = y_E$$
$$f'(x_E) = 0$$

Diese 4 Gleichungen führen auf ein lineares Gleichungssystem.
Das wird mit dem Gaußschen Algorithmus gelöst.

Man erhält die Lösunen für die Parameter a, b, c, d.

1.6 X ... binomialverteilt mit n = 25 und p = 0,95
Y ... binomialverteilt mit n = 25 und p = 0,75

$$P(X = 25) = 0,95^{25} \approx \underline{\underline{0,2774}}$$

$$P(Y \geq 19) \approx \underline{\underline{0,5611}}$$

$$H_0 : p = 0,95$$
$$E(X) = 50 \cdot p = \underline{\underline{47,5}}$$

$$K = \{0, 1, 2, .., 43, 44\}$$

Keimen mindestens 45 Zwiebeln, dann entscheidet man sich für die Zwiebeln erster Wahl.
Keimen weniger als 45 Zwiebeln, dann entscheidet man sich für die Zwiebeln zweiter Wahl.

Fehler 1. Art: Man entscheidet sich dafür, dass die Zwiebeln zweiter Wahl sind, obwohl sie eigentlich erster Wahl sind.

Fehler 2. Art: Man entscheidet sich dafür, dass die Zwiebeln erster Wahl sind, obwohl sie eigentlich zweiter Wahl sind.

2.1 Geschenkte Bewertungseinheiten:

$$f(0) = \underline{\underline{186m}}$$

$$f(32,5) = \underline{\underline{302,1875m}}$$

$$l = 2 \cdot 32,5 = \underline{\underline{65m}}$$

2.2 Idee: 3 Geraden durch 3 Punkte

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 186 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -15 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{D_1(0 \mid 62 \mid 0)}}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 32,5 \\ 0 \\ 302,1875 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -15 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{D_2(32,5 \mid 100,73 \mid 0)}}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -32,5 \\ 0 \\ 302,1875 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -15 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{D_2(-32,5 \mid 100,73 \mid 0)}}$$

$$y = p(x) = \underline{\underline{\tfrac{11}{300}x^2 + 62}}$$

$$A = \int_{-32,5}^{32,5} 100,73 - p(x)dx \approx \underline{\underline{1678m^2}}$$

2.3 Idee: Skizze

$$(-65 \cdot a + 1300) \cdot 0 - 2925 \cdot 186 = -2925 \cdot a$$

$$a = 186$$

$$(-65 \cdot a + 1300) \cdot 0 - 2925 \cdot 302,1875 = -2925 \cdot a$$

$$a = 302,1875$$

$$\underline{\underline{186 < a < 302,1875}}$$

Mathe2005:

$$E_1 : -4y - z = -200$$

$$E_2 : -40y + 11z = 2200$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -84 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 29,41^o}}$$

2.4 X ... binomialverteilt mit n = 10 und p = 0,65

$$E(X) = 6,5$$

$$P(7 \leq X \leq 10) \approx \underline{\underline{0,5138}}$$

2.5 Eine Rechnung ist eine saubere Begründung.

$$\frac{1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 6}{100} = 0,4$$

$$= \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

```
For 1→I To 10
If Ran#<0.4
Then "Lila"
Else "Gelb"
IfEnd
Next
```