Name des Schülers: ______________________________

Lösungen

Aufgabe 1

Für jedes $a \in \mathbb{R}$ ist die Funktion $f_a(x) = x + \sqrt{a-x}$ gegeben.

a) Geben Sie den Definitionsbereich der Funktion f_a an. (1BE)

$D_{f_a} = \{x \mid x \in \mathbb{R}; x \leq a\}$

b) Berechnen Sie den lokalen Extrempunkt in Abhängigkeit von a. (4 BE)

$$f_a(x) = x + \sqrt{a-x}$$

$$f_a'(x) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{a-x}}$$

$$0 = 1 - \frac{1}{2\sqrt{a-x}}$$

$$1 = \frac{1}{2\sqrt{a-x}}$$

$$\sqrt{a-x} = \frac{1}{2}$$

$$a - x = \frac{1}{4}$$

$$x_E = a - \frac{1}{4}$$

$$f_a\left(a - \frac{1}{4}\right) = a - \frac{1}{4} + \sqrt{a - \left(a - \frac{1}{4}\right)}$$

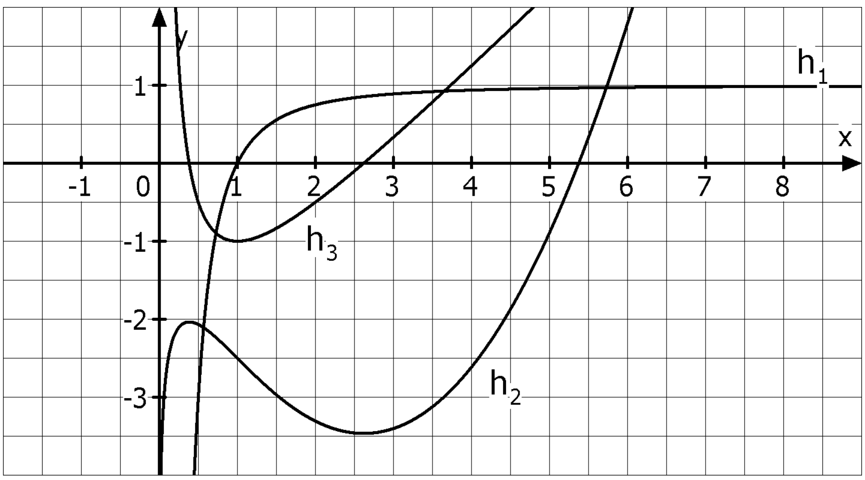
$$= a - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = a + \frac{1}{4}$$

$$\underline{\underline{E_a\left(a - \frac{1}{4} \mid a + \frac{1}{4}\right)}}$$

Erreichbare BE-Anzahl: 5

Aufgabe 2

Gegeben sind die Graphen einer Funktion, der zugehörigen Ableitungsfunktion und der zugehörigen Stammfunktion.



a) Ordnen Sie jedem Graphen die richtige Funktion zu. Begründen Sie genau eine Entscheidung. *(3BE)*

$h_3 \rightarrow f$ $\quad$ $h_1 \rightarrow f'$ $\quad$ $h_2 \rightarrow F$ *(2BE)*

b) Begründung: Die Funktion h_3 hat eine lokale Extremstelle $x_E = 1$. An dieser Stelle hat die Ableitungsfunktion h_1 eine Nullstelle. *(1BE)*

Erreichbare BE-Anzahl: 3

Name des Schülers: ______________________________

Aufgabe 3

Gegeben ist die Ebene $E: 6\cdot x - 6\cdot y + 7\cdot z = 42$.

a) Geben Sie die Hessesche Normalenform an.

$$E: \frac{\begin{pmatrix} x-7 \\ y \\ z \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix}}{\sqrt{36+36+49}} = 0 \qquad E: \frac{\begin{pmatrix} x-7 \\ y \\ z \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix}}{11} = 0$$

b) Berechnen Sie den Abstand der Ebene E vom Koordinatenursprung. *(2 BE)*

$$d = \frac{\left|\overrightarrow{PQ} \circ \vec{n}\right|}{\left|\vec{n}\right|} = \frac{\left|\begin{pmatrix} 0-7 \\ 0-0 \\ 0-0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix}\right|}{\sqrt{36+36+49}} = \frac{42}{11}$$

Die Gerade g verläuft senkrecht zur Ebene E durch den Punkt $P(-3 \mid 9 \mid -1)$.

c) Berechnen Sie den Durchstoßpunkt der Geraden g und der Ebene E. *(3 BE)*

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \\ -1 \end{pmatrix} + t\cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 6(-3+6t) - 6(9-6t) + 7(-1+7t) &= 42 \\ -18 + 36t - 54 + 36t - 7 + 49t &= 42 \\ 121t - 79 &= 42 \\ 121t &= 121 \\ t &= 1 \\ &\underline{\underline{D(3 \mid 3 \mid 6)}} \end{aligned}$$

Erreichbare BE-Anzahl: 5*Aufgabe 4*

Ein Tetraeder mit den Augenzahlen 1, 2, 3 und 4 wird zweimal geworfen.

Die Zufallsgröße X beschreibt die Augensumme der beiden Augenzahlen.

Die Zufallsgröße Y beschreibt das Maximum der beiden Augenzahlen.

a) Bestimmen Sie E(X). *(2BE)*

$$\begin{aligned} E(X) &= 2\cdot 2,5 = 5 \\ &= 2\cdot\frac{1}{16} + 3\cdot\frac{2}{16} + 4\cdot\frac{3}{16} + 5\cdot\frac{4}{16} + 6\cdot\frac{3}{16} + 7\cdot\frac{2}{16} + 8\cdot\frac{1}{16} = \frac{2+6+12+20+18+14+8}{16} . \\ &= \frac{80}{16} = 5 \end{aligned}$$

b) Berechnen Sie E(Y). *(3BE)*

$$\begin{aligned} E(Y) &= 1\cdot\frac{1}{16} + 2\cdot\frac{3}{16} + 3\cdot\frac{5}{16} + 4\cdot\frac{7}{16} \\ &= \frac{1+6+15+28}{16} = \frac{50}{16} = \underline{\underline{\frac{25}{8}}} = 3,125 . \end{aligned}$$

Erreichbare BE-Anzahl: 5

BE: NP: