Probeteil 2

In den Aufgaben 1 bis 5 ist jeweils genau eine Antwortmöglichkeiten richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an.

1. Für jedes a und b ist eine reelle Funktion $f_{a,b}(x) = b \cdot \log_a x$ definiert.
   Für die 1. Ableitung an der Stelle $x_0 = 1$ gilt:

   - [ ] $f'(x_0) = b \cdot \frac{\ln 1}{\ln a}$
   - [x] $f'(x_0) = \frac{b}{\ln a}$
   - [ ] $f'(x_0) = 0$
   - [ ] $f'(x_0) = b \cdot \ln a$
   - [ ] $f'(x_0) = b$

2. An den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{20}{3}x^3 + 65x$ existieren Tangenten mit dem Anstieg 1. Wie viele Tangenten sind das?

☐	☐	☐	☐	■
0	1	2	3	4

3. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{4-5x^2}{1+4x^2}$. Der Graph der Funktion besitzt genau eine Asymptote. Wie lautet die Gleichung?

☐	☐	☐	■	☐
$x = -\frac{1}{2}$	$x = \sqrt{\frac{4}{5}}$	$y = \frac{5}{4}$	$y = -\frac{5}{4}$	$y = 4x - \frac{5}{4}$

4. Gegeben ist der Graph der Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \ln(4x - 2)$.
   Berechnen Sie den Anstieg der Umkehrfunktion an der Stelle $x_0 = 0$.

☐	☐	☐	☐	■
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{e+2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in den ersten 5 Aufgaben genau 4 Aufgaben richtig anzukreuzen, wenn man nicht gelernt hat und die Kreuze zufällig setzt.

■	☐	☐	☐	☐
$\frac{4}{625}$	$\frac{4}{3125}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{256}$	$\frac{4}{20}$

Erreichbare BE-Anzahl: 5

6. Auf einer Strecke $\overline{AB}$ mit $A(1 \mid -2 \mid 0)$ und $B(0 \mid 2 \mid 8)$ befindet sich ein Punkt der 2 Längeneinheiten von A entfernt ist. Durch diesen Punkt verläuft eine Ebene, die senkrecht zur Strecke $\overline{AB}$ verläuft.

   Berechnen Sie eine Ebenengleichung dieser Ebene.

   Länge der Strecke:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} = \vec{n}$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{1+16+64} = \sqrt{81} = 9$$

   Punkt:

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \tfrac{2}{9} \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \tfrac{2}{9}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{9} \\ -\frac{10}{9} \\ \frac{16}{9} \end{pmatrix}$$

   Ebene:

$$E: \frac{\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} \frac{7}{9} \\ -\frac{10}{9} \\ \frac{16}{9} \end{pmatrix}\right] \circ \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}}{9} = 0$$

$$E: -x + 4y + 8z = 9$$

Erreichbare BE-Anzahl: 4

7. Durch den Graphen von f mit $f(x) = \frac{1}{x} + 2$ verläuft eine Sekante s durch die Punke $S(1 \mid f(1))$und $T(4 \mid f(4))$. Es gibt 2 Tangenten an den Graphen von f, die parallel zur Geraden s verlaufen.

   Die beiden Tangenten und die Koordinatenachsen schließen eine Fläche vollständig ein. Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

   Anstieg der Sekanten:

$$m = \frac{\frac{9}{4}-3}{3} = -\frac{1}{4}$$

   Stellen der Tangenten:

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} = -\frac{1}{4}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

Gleichungen der Tangenten:

$$y = -\frac{1}{4}x + n$$

$$n = y + \frac{1}{4}x$$

$$B_1\left(2 \mid \frac{5}{2}\right) : y = -\frac{1}{4}x + 3$$

$$B_2\left(-2 \mid \frac{3}{2}\right) : y = -\frac{1}{4}x + 1$$

Flächeninhalt der Trapezes über Differenz der Dreiecke:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1$$

$$A = 18 - 2 = \underline{\underline{16FE}}$$

Erreichbare BE-Anzahl: 4

8. Gegeben ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X in Abhängigkeit von p.

$X = x_i$	-1	0	1
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}p^2$	$\frac{1}{4}p^2$	p

Berechnen Sie E(X) <u>nicht</u> in Abhängigkeit von p.

Ansatz für p:

$$\frac{3}{4}p^2 + p = 1$$

$$\frac{3}{4}p^2 + p - 1 = 0$$

$$p^2 + \frac{4}{3}p - \frac{4}{3} = 0$$

$$p = -\frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{4}{3}} = -\frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{12}{9}} = -\frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{16}{9}}$$

$$\underline{p_1 = \frac{2}{3}}$$

$$(p_2 = -2)$$

Ansatz für Erwartungswert:

$$E(X) = -1 \cdot \frac{2}{9} + 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{9} - \frac{2}{9}$$

$$E(X) = \underline{\underline{\frac{4}{9}}}$$

Erreichbare BE-Anzahl: 2