Tangenten und Normalen

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente und der Normale an der Stelle $x_o = \frac{1}{2}$ an den Graphen von $f(x) = x^3$.

Lösung:

Ableitung: $f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$

Anstieg der Tangente: $m = f'(\frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$

Tangentengleichung: $y = \frac{3}{4}x + n$ (unvollständig)

Punkt B: $B(\frac{1}{2} \mid \frac{1}{8})$

Einsetzen des Punktes B in die Tangentengleichung:

$$\frac{1}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + n$$

$$n = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$$

Tangentengleichung: $\underline{\underline{y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}}}$

Anstieg der Normale: $a = -\frac{1}{m} = -\frac{4}{3}$

Normalengleichung: $y = -\frac{4}{3}x + b$ (unvollständig)

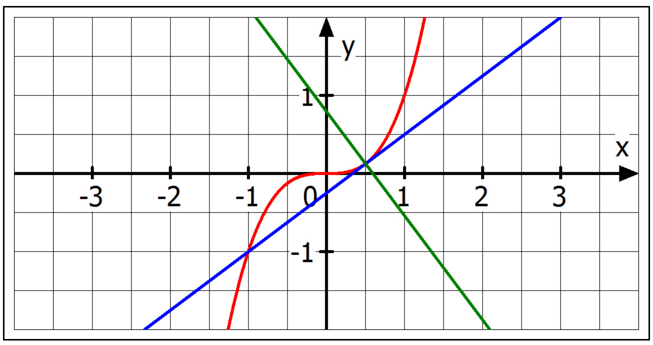
Einsetzen des Punktes B in die Normalengleichung:

$$\frac{1}{8} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + b$$

$$b = \frac{1}{8} + \frac{2}{3} = \frac{19}{24}$$

Normalengleichung: $\underline{\underline{y = -\frac{4}{3}x + \frac{19}{24}}}$

Kontrollieren Sie auf dem GTR:



Tangenten und Normalen

Aufgabe 3 (*): Berechnen Sie die Menge aller Tangenten an den Graphen der Normalparabel.

Idee: Man muss eine Tangentengleichung an einer beliebigen Stelle aufstellen. Wir wollen diese Stelle k nennen.

Ableitung: $f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$

Anstieg der Tangente: $m = f'(k) = 2k$

Tangentengleichung: $y = 2k \cdot x + n$

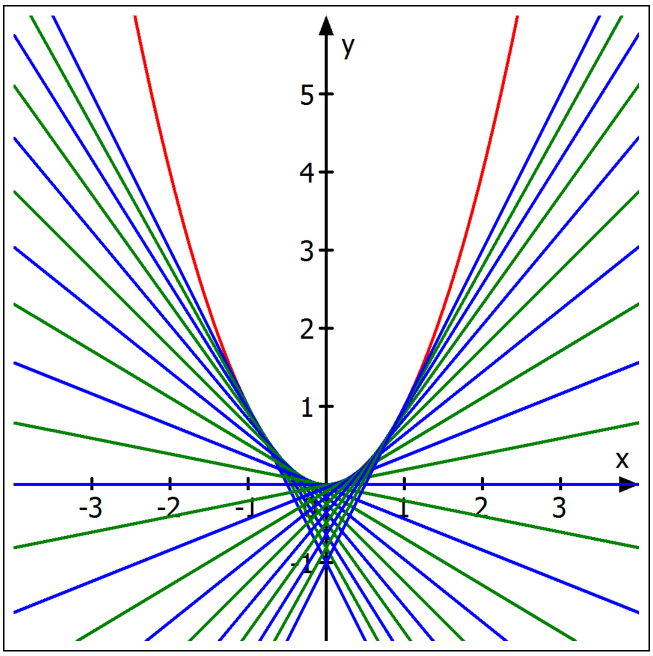
Einsetzen des Punktes $B(k \mid k^2)$ in die Tangentengleichung:

$$k^2 = 2k \cdot k + n$$

$$n = -k^2$$

Tangentengleichung: $\underline{\underline{y = 2kx - k^2}}$

Für jedes k erhält man eine andere Tangente an den Graphen von f.



Das ist natürlich nur eine Auswahl von Tangenten.

Aufgabe 4: Berechnen Sie die Menge aller Tangenten und aller Normalen an den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x}$.