

## Tangenten und Normalen

**Definition:** Eine Gerade durch den Punkt  $B(x_0 | f(x_0))$  des Graphen einer Funktion  $f$  heißt **Tangente** im Punkt  $B$ , wenn für die Steigung gilt:  $m = f'(x_0)$ . Den Punkt  $B$  nennt man Berührungspunkt.

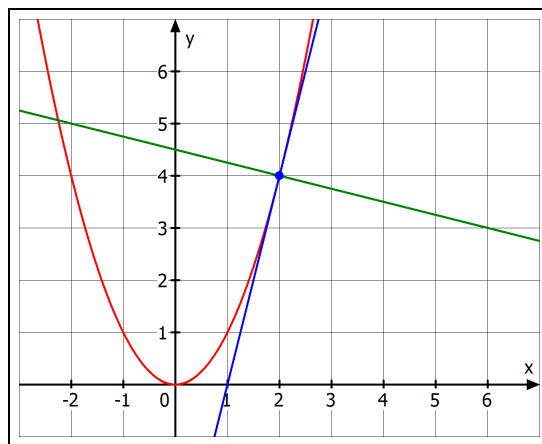
Für die Tangentengleichung verwenden wir:  $y = mx + n$ .

**Definition:** Eine senkrecht zur Tangente liegende Gerade durch den Punkt  $P(x_0 | f(x_0))$  des Graphen einer Funktion  $f$  heißt **Normale** im Punkt  $B$ .

Für die Normalengleichung verwenden wir beispielsweise:  $y = ax + b$ .

**Bemerkung:** Für 2 Geraden, die senkrecht aufeinander stehen gilt:  $m_1 \cdot m_2 = -1$ .

*Beispiel 1 (graphisch):*



**Beispiel 2:** Tangente und der Normalen im Punkt  $B(2 | 4)$  für  $f(x) = x^2$

Ableitung:  $f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$

Anstieg der Tangente:  $m = f'(2) = 2 \cdot 2 = 4$

Tangentengleichung:  $y = 4x + n$  (unvollständig)

Einsetzen des Punktes  $B$  in die Tangentengleichung:

$$4 = 4 \cdot 2 + n$$

$$n = -4$$

Tangentengleichung:  $y = 4x - 4$

Anstieg der Normale:  $a = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{4}$

Normalengleichung:  $y = -\frac{1}{4}x + b$

Einsetzen des Punktes  $P$  in die Normalengleichung:

$$4 = -\frac{1}{4} \cdot 2 + b$$

$$b = 4,5$$

Normalengleichung:  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{2}$

## Tangenten und Normalen

### Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente und der Normale an der Stelle  $x_0 = 3$  an den Graphen von  $f(x) = \frac{1}{x}$ .

### Lösung:

Ableitung:  $f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

Anstieg der Tangente:  $m = f'(3) = -\frac{1}{9}$

Tangentengleichung:  $y = \frac{1}{9}x + n$  (unvollständig)

Punkt B:  $B(3 \mid \frac{1}{3})$

Einsetzen des Punktes B in die Tangentengleichung:

$$\frac{1}{3} = -\frac{1}{9} \cdot 3 + n$$

$$n = \frac{2}{3}$$

Tangentengleichung:  $y = -\frac{1}{9}x + \frac{2}{3}$

Anstieg der Normale:  $a = \frac{1}{m} = 9$

Normalengleichung:  $y = 9x + n$  (unvollständig)

Einsetzen des Punktes B in die Normalengleichung:

$$\frac{1}{3} = 9 \cdot 3 + n$$

$$n = -26\frac{2}{3} = -\frac{80}{3}$$

Normalengleichung:  $y = 9x - \frac{80}{3}$

Kontrollieren Sie auf dem GTR:

