Lösungsblatt: Der Federschwinger

1) Eine vertikal hängende Schraubenfeder erfährt durch Anhängen eines Körpers mit der Masse m_1 = 20g die Verlängerung 10 cm. Die Masse der Schraubenfeder kann vernachlässigt werden. Berechnen Sie die Federkonstante und die Schwingungsdauer für einen schwingenden Körper der Masse m_2 = 50g.

Gegeben:

$$m_1 = 20\text{g} = 0{,}02\text{kg}$$
$$s = y_{max} = 10\text{cm} = 0{,}1\text{m}$$
$$m_2 = 50\text{g}$$

Gesucht:

D in $\frac{\text{N}}{\text{m}}$ und T in s

Lösung:

$$D = \frac{F}{s}$$
$$D = \frac{m_1 \cdot g}{y_{max}}$$
$$D = \frac{0{,}02\text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}1\text{m}}$$
$$D = 1{,}962\frac{\text{kg}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{1{,}962\frac{\text{N}}{\text{m}}}}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$
$$= 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}05\text{kg}}{1{,}962\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}}}$$
$$\approx \underline{\underline{1{,}00\text{s}}}$$

2) Eine Schraubenfeder hat die Federkonstante 10Nm^{-1}. Berechnen Sie die Masse, die ein an die Schraubenfeder gehängter Körper haben muss, damit die Schwingungsdauer des Federschwingers $T = 2\text{s}$ beträgt.

Gegeben:

$$D = 10\frac{\text{N}}{\text{m}}$$
$$T = 2\text{s}$$

Gesucht:

m in kg

Lösung:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$
$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{D}}$$
$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{m}{D}$$

$$m = \frac{T^2 \cdot D}{4\pi^2}$$
$$m = \frac{(2\text{s})^2 \cdot 10\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}}{4\pi^2} = \frac{10}{\pi^2} \cdot \text{kg}$$
$$m \approx \underline{\underline{1{,}013\text{kg}}}$$

Lösungsblatt: Der Federschwinger

3) Ein Körper mit einer Masse von 300g hängt an einer Schraubenfeder. Er führt Schwingungen mit einer Periodendauer von $\frac{\pi}{2}$s aus. Die Amplitude beträgt 12 cm.

a) Berechnen Sie die Federkonstante der Feder.

Gegeben:

$m = 300g = 0,3kg$

$T = \frac{\pi}{2}s$

Gesucht:

D in $\frac{N}{m}$

Lösung:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{D}}$$

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{m}{D} \mid (\ )^{-1}$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{D}{m}$$

$$D = \frac{4\pi^2 \cdot m}{T^2}$$

$$D = \frac{4\pi^2 \cdot 0,3kg}{(\frac{\pi}{2}s)^2}$$

$$D = \underline{\underline{4,8\frac{kg}{s^2}}} = \underline{\underline{4,8\frac{N}{m}}}$$

b) Berechnen Sie die Beschleunigung a zur Zeit der größten Auslenkung.

Lösung:

$$F = ma$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{D \cdot y_{max}}{m}$$

$$a = \frac{4,8\frac{kg}{s^2} \cdot 0,12m}{0,3kg} = \underline{\underline{1,92\frac{m}{s^2}}}$$

c) Berechnen Sie die Beschleunigung a beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage.

$$a = \underline{\underline{0\frac{m}{s^2}}}$$

Zusatzaufgabe:

$$v = \sqrt{\frac{D}{m}} \cdot y_{max} = 0,48\frac{m}{s}$$

$$v = \underline{\underline{48\frac{cm}{s}}}$$