Lösungsblatt: Das Fadenpendel

1) Ein Pendel mit der Länge von 220 cm wird einmal am Nordpol und einmal am Äquator zu Schwingungen angeregt. Am Nordpol benötigt das Pendel für 10 Schwingungen 29,80 s. Am Äquator benötigt das Pendel für 10 Schwingungen 29,72 s. Berechnen Sie die Fallbeschleunigung am Nordpol bzw. am Äquator.

Gegeben:

$l = 2,2\text{m}$

$T_1 = 2,980\text{s}$

$T_2 = 2,972\text{s}$

Gesucht:

g_1 in $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; g_2 in $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Lösung:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \quad | \; (\;\;)^2$$

$$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{l}{g} \quad | \cdot g$$

$$T^2 \cdot g = 4\pi^2 \cdot l \quad | \div T^2$$

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2}$$

$$g_1 = \frac{4\pi^2 \cdot 2,2\text{m}}{(2,980\text{s})^2}$$

$$g_1 \approx \underline{\underline{9,78\text{ms}^{-2}}}$$

$$g_2 = \frac{4\pi^2 \cdot 2,2\text{m}}{(2,972\text{s})^2}$$

$$g_2 \approx \underline{\underline{9,83\text{ms}^{-2}}}$$

Antwort: Die Fallbeschleunigung am Nordpol berträgt $9,78\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
Die Fallbeschleunigung am Äquator berträgt $9,83\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2) Berechnen Sie die Länge eines Fadenpendels mit einer Frequenz von 5 Hz.

Gegeben:

$f = 5\text{Hz}$

$T = \frac{1}{f} = 0,2\text{s}$

Gesucht:

l in m

Lösung:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \quad | \; (\;\;)^2$$

$$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{l}{g} \quad | \cdot g$$

$$T^2 \cdot g = 4\pi^2 \cdot l \quad | \div (4\pi^2)$$

$$l = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

$$l = \frac{(2,980\text{s})^2 \cdot 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{4\pi^2}$$

$$l \approx \underline{\underline{0,00994\text{m}}}$$

$$l \approx \underline{\underline{1\text{cm}}}$$

Antwort: Die Länge des Pendels beträgt 1 cm.
(Die Konstruktion eines so kurzen Pendels wird interessant.)

Lösungsblatt: Das Fadenpendel

3) Ein Fadenpendel mit der Länge l = 70 cm ist so aufgehängt, dass sich a = 50 cm unter dem Aufhängepunkt eine Stange S befindet. ...

a) Berechnen Sie die Schwingungsdauer des Fadenpendels.

Gegeben:

$l_1 = 0,7\,m$

$l_2 = 0,7\,m - 0,5\,m = 0,2\,m$

Gesucht:

T in s

Lösung:

$$\frac{1}{2}T_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

$$\frac{1}{2}T_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{0,7\,m}{9,81\frac{m}{s^2}}}$$

$$T_1 \approx \underline{0,839\,s}$$

$$\frac{1}{2}T_2 = \pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$\frac{1}{2}T_2 = \pi \cdot \sqrt{\frac{0,2\,m}{9,81\frac{m}{s^2}}}$$

$$T_2 \approx \underline{0,449\,s}$$

$$T = \frac{1}{2}T_1 + \frac{1}{2}T_2$$

$$T = 0,839\,s + 0,449\,s$$

$$= \underline{\underline{1,288\,s}}$$

Antwort: Die Periodendauer beträgt etwa 1,29s.

b) An welcher Stelle erreicht der Körper den höchsten Punkt? Begründen Sie (durch die Energiebetrachtung).

Da der Körper rechts und links keine kinetische Energie besitzt, muss die potentielle Energie im rechten und im linken Punkt gleich sein. Die potentielle Energie hängt von der Höhe und der Masse ab. Die Masse ist konstant, also muss auch die Höhe die gleiche sein.

4) Die Länge eines Pendels wird um 50% vergrößert. Berechnen Sie, um wie viel Prozent sich die Periodendauer des Pendels ändert.

Voraussetzung : $l_2 = 1,5 \cdot l_1$

$$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

$$T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1,5 \cdot l_1}{g}}$$

$$T_2 = \sqrt{1,5} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

$$T_2 \approx 1,2247 \cdot \underbrace{2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}}_{T_1}$$

$$\underline{\underline{T_2 \approx 1,2247 \cdot T_1}}$$

Antwort: Die Periodendauer vergrößert sich um etwa 22,47%.

5) Die Masse des Körpers an einem Fadenpendel wird um 25% vergrößert. Berechnen Sie, um wie viel Prozent sich die Periodendauer des Pendels ändert.

Antwort: Die Periodendauer vergrößert sich gar nicht, da die Peridodendauer des Fadenpendels nicht von der Masse abhängig ist.
(Das war eine schöne Aufgabe.)