

AB: Skalarprodukt

1. Gegeben sind die Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie die Produkte.

$$\vec{a} \circ \vec{b}; \quad \vec{a} \circ \vec{c}; \quad \vec{b} \circ \vec{c}$$

b) Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren \vec{a} und \vec{c} .

2. Gegeben sind die Vektoren \vec{u} und \vec{v} .

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}; \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie das Kreuzprodukt:

$$\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$$

b) Zeigen Sie, dass der Vektor \vec{w} senkrecht auf den Vektoren \vec{u} und \vec{v} steht.

c) Zeigen Sie, dass die Aussage b) allgemeingültig ist.*

3. Für welchen Wert a verlaufen die Geraden senkrecht zueinander?

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad h_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 3 \end{pmatrix} \quad (s \in \mathbb{R})$$

4. Für welchen Wert k verlaufen die Ebenen senkrecht zueinander?

$$E_k: 4x - y + kz = 20 \quad \varepsilon: 3x - \frac{1}{2}z = 1$$

5. Untersuchen Sie, ob es Werte a und k gibt, sodass die Gerade h_a die Ebene E_k senkrecht schneidet.

6. Untersuchen Sie, ob es Werte a und k gibt, sodass die Gerade h_a und die Ebene E_k parallel zueinander verlaufen.