

Lösungsblatt

Integrale

Berechnen Sie die folgenden Integrale mit und ohne GTR.

$$a) \int_0^{\pi} (2 \cdot \sin x + 1) dx = (-2 \cos \pi + \pi) - (-2 \cos 0 + 0) = 4 + \pi$$

$$b) \int_1^{10} \frac{4}{x} dx = (4 \cdot \ln 10) - (4 \cdot \ln 1) = 4 \cdot \ln 10$$

$$c) \int_0^1 (x^2 - x) dx = \left(\frac{1^3}{3} - \frac{1^2}{2}\right) - \left(\frac{0^3}{3} - \frac{0^2}{2}\right) = -\frac{1}{6}$$

$$d) \int_1^4 \left(\frac{5}{2} \cdot \sqrt{x} + 1\right) dx = \left(\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{4^3} + 4\right) - \left(\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{1^3} + 1\right) = \frac{44}{3}$$

Das Baugrundstück

a) ISCT: K(6 | -0,8)

$$m_1 \cdot m_2 = -0,8 \cdot 1,25 = -1 \Rightarrow g \perp h$$

b) Schnittpunkt zwischen g und f: B₁(0 | 4)

Schnittpunkt zwischen h und f: B₂(11,598 | 6,1975)

$$A_1 = \int_0^6 (f(x) - g(x)) dx = 23,96 \quad A_2 = \int_6^{11,598} (f(x) - h(x)) dx = 22,93$$

$$A = 46,89 \text{ FE} = 468900 \text{ m}^2$$

$$E \approx 243.828.000 \text{ €}$$

Flächenteilung

Die Funktionen f und g werden durch die Gleichungen $f(x) = 0,1x^3 - 0,5x^2$ bzw. $g(x) = 0,1x^2 - 0,3x - 1$ beschrieben. Die Graphen der beiden Funktionen schließen zwei Flächen vollständig ein.

a) Ermitteln Sie den Inhalt der beiden Flächen.

Schnittstellen der beiden Funktionen: ISCT: a = -1, b = 2, c = 5

$$A_1 = \int_{-1}^2 (f(x) - g(x)) dx = \frac{81}{40} \quad A_2 = \int_2^5 (g(x) - f(x)) dx = \frac{81}{40}$$

b) Untersuchen Sie, ob der Graph der Funktion m mit der Funktionsgleichung

$m(x) = 0,05x^3 - 0,2x^2 - 0,15x - 0,5$ diese Flächen halbiert.

$$A_3 = \int_{-1}^2 (m(x) - g(x)) dx = \frac{81}{80} \quad A_4 = \int_2^5 (g(x) - m(x)) dx = \frac{81}{80}$$

Ja, beide Flächen werden halbiert.