

AB 2: Metrische Geometrie

hilfsmittelfrei: Aufgaben 1 bis 3

1. Welche Vektoren \vec{a} stehen senkrecht auf dem Vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$?

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. Die Punkte $A(1 \mid 0 \mid 0)$, $B(0 \mid 2 \mid 0)$, $C(0 \mid 0 \mid 3)$, $D(1 \mid -2 \mid 3)$ sind die Eckpunkte eines Parallelogramms ABCD.

Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD.

3. Gegeben sind die Gerade g und die Ebene E mit den Gleichungen:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 10 \\ -8 \end{pmatrix} \quad (s \in \mathbb{R}) \quad \text{und} \quad E: x - 5y + 4z = 4$$

- a) Berechnen Sie den Durchstoßpunkt.
b) Untersuchen Sie, ob sich Gerade und Ebene senkrecht schneiden.

mit Hilfsmitteln: Aufgaben 4 und 5

4. Die Punkte $O(0 \mid 0 \mid 0)$, $P(8 \mid 8 \mid 14)$, $Q(10 \mid -8 \mid 22)$, $R(2 \mid -16 \mid 8)$ sind die Eckpunkte eines Vierecks OPQR.

- a) Zeigen Sie, dass das Viereck OPQR ein Quadrat ist.

Für $k > 0$ ist der Punkt $S_k(5 + 8k \mid -4 - k \mid 11 - 4k)$ gegeben. Dieser Punkt sei für $k > 0$ die Spitze einer geraden Pyramide $OPQRS_k$. Der Neigungswinkel der Seitenflächen gegenüber der Grundfläche liege zwischen 45° und 60° .

- b) Berechnen Sie unter diesen Bedingungen die Werte, die k annehmen kann.

5. Ein Skihang kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 10 m) beschrieben werden. Der Skihang liege in der Ebene E mit der Gleichung $E: x - y + 6z = 24$. Die horizontale Erdoberfläche wird durch die x - y -Ebene beschrieben.

- a) Ein 5 m hoher lotrechter Mast steht im Punkt $P(12 \mid 0 \mid 2)$ auf dem Hang. Ermitteln Sie den Winkel, den der Mast mit dem Skihang einschließt.
b) Ermitteln Sie das Gefälle des Skihangs in Prozent.

- c) Durch Sonnenlicht mit der Richtung $\vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ wird ein Schatten des Mastes auf dem Hang

erzeugt. Berechnen Sie die Länge des Schattens.