

1) Die Weihnachtspyramide

a) Gerade durch A und S:

$$s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0,6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$$

x-y-Koordinatenebene:

$$E: z = 0$$

Durchstoßpunkt von g mit E mit Lagebeziehung Gerade-Ebene

$$\underline{\underline{A'(2,3 \mid 0 \mid 0)}}$$

Abstand zur Spitze S:

$$\overrightarrow{A'S} = \begin{pmatrix} -2,3 \\ 0 \\ 4,6 \end{pmatrix} \quad \left| \overrightarrow{A'S} \right| = \sqrt{2,3^2 + 4,6^2} = 5,14$$

Die Streben besitzen eine Länge von 5,14 dm bzw. 51,4 cm.

b) Mittelpunkt:

$$\underline{\underline{M(0 \mid 0 \mid 0,6)}}$$

$$r = 2\text{dm} \quad A = \pi r^2 \approx \underline{\underline{12,56\text{dm}^2}}$$

c) Idee für die Höhe:

$$h = 0,6 + 1,5 = 2,1$$

$$E_2: z = 2,1$$

$$s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0,6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Durchstoßpunkt von g mit  $E_2$  mit Lagebeziehung Gerade-Ebene

$$\underline{\underline{A''(1,25 \mid 0 \mid 2,1)}}$$

$$r = 1,25\text{dm} \quad A = \pi r^2 \approx \underline{\underline{4,91\text{dm}^2}}$$

d) Parallelität:

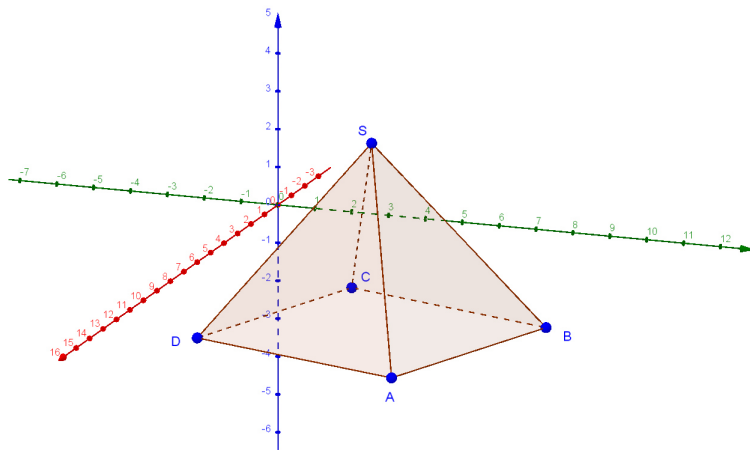
$$\overrightarrow{ON} = \begin{pmatrix} 0,4 \\ 0 \\ -0,2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0 \\ -0,4 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{PQ} = 2 \cdot \overrightarrow{ON} \Rightarrow \overline{PQ} \parallel \overline{ON}$$

gleiche Schenkel:

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} -0,2 \\ 1,5 \\ 0,1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{NQ} = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 1,5 \\ -0,1 \end{pmatrix} \quad \left| \overrightarrow{OP} \right| = \left| \overrightarrow{NQ} \right| = \sqrt{2,3} \Rightarrow \overline{OP} = \overline{NQ}$$

## 2) Die Pyramide

a)



$$E_1 \cap E_2 \cap E_3 = \underline{\underline{A(8 \mid 6 \mid -2)}}$$

$$E_1 \cap E_3 \cap E_4 = \underline{\underline{B(2 \mid 8 \mid -2)}}$$

$$E_1 \cap E_4 \cap E_5 = \underline{\underline{C(0 \mid 2 \mid -2)}}$$

$$E_1 \cap E_5 \cap E_2 = \underline{\underline{D(8 \mid 0 \mid -2)}}$$

$$E_2 \cap E_3 \cap E_4 = \underline{\underline{S(4 \mid 4 \mid 3)}}$$

Grundfläche ABCD in der Ebene:  $z = -2$

Spitze in der Ebene:  $z = 3$

Höhe der Pyramide:  $h = 5$

Grundfläche:

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |\vec{AB}| = |\vec{BC}| = \sqrt{40} \Rightarrow A_G = 40$$

Volumen:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h = \underline{\underline{66\frac{2}{3} \text{ VE}}}$$

b)

z.B. Ebene durch A, C und S:

$$-x + 2y = 4$$

z.B. Ebene durch B, D und S:

$$x + 2y = 12$$

die eine waagerechte Ebene:

$$z = 3 - 5 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = -0,9685$$