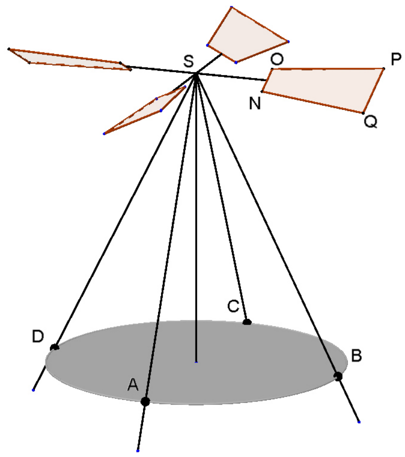
<u>*Anwendungen (3)*</u>

1) Weihnachtspyramide

Eine Weihnachtspyramide kann in einem kartesischen Koordinatensystem (Abbildung 1) vereinfacht dargestellt werden. (1 Längeneinheit entspricht 1 dm)

Es gibt vier Streben, die die Weihnachtspyramide stabilisieren und am Boden in der x-y-Koordinatenebene beginnen und im Punkt S enden. Auf jeder Strebe befindet sich ein weiterer Punkt A, B, C bzw. D.

Gegeben sind die Punkte $A(2{,}0 \mid 0{,}0 \mid 0{,}6)$, $B(0{,}0 \mid 2{,}0 \mid 0{,}6)$, $C(-2{,}0 \mid 0{,}0 \mid 0{,}6)$, $D(0{,}0 \mid -2{,}0 \mid 0{,}6)$ und $S(0{,}0 \mid 0{,}0 \mid 4{,}6)$.



(Abbildung 1: nicht maßstabsgetreu)

a) Berechnen Sie die Länge einer Strebe.

b) Die kreisförmige Grundplatte ist zwischen den 4 Streben so befestigt, dass der Rand durch die Punkte A, B, C und D verläuft. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Grundplatte und geben Sie die Koordinaten des Mittelpunktes der Grundplatte an.

c) Eine weitere kreisförmige Platte soll 15 cm über der Grundplatte angebracht werden und ebenfalls die 4 Streben berühren. Ermitteln Sie den Flächeninhalt dieser Platte.

d) Die Flügel sind an der Spitze S befestigt. Einer der vier Flügel hat die Form eines Vierecks NOPQ mit den Koordinaten $N(0{,}2 \mid 1 \mid 4{,}5)$, $O(-0{,}2 \mid 1 \mid 4{,}7)$, $P(-0{,}4 \mid 2{,}5 \mid 4{,}8)$ und $Q(0{,}4 \mid 2{,}5 \mid 4{,}4)$.
Zeigen Sie, dass der Flügel die Form eines gleichschenkligen Trapezes besitzt.

2) Mathematische Pyramide

Gegeben sind 5 Ebenen, die eine gerade Pyramide einschließen. Dabei liegt die Grundfläche der Pyramide in der Ebene $E_1: z = -2$. Die 4 Seiten der Mantelfläche liegen innerhalb der 4 Ebenen mit den folgenden Gleichungen:

$E_2: 3x - y + 2z = 14$	$E_4: -3x + y + 2z = -2$
$E_3: x + 3y + 2z = 22$	$E_5: -x - 3y + 2z = -10$

a) Ermitteln Sie die Eckpunkte der Pyramide und berechnen Sie das Volumen.

b) Geben Sie die parameterfreie Gleichung möglichst vieler Ebenen an, die das Volumen der Pyramide exakt halbiert.