

Anwendungen (2) - Lagebeziehung von Geraden und Ebenen

1) Die Rettung

In einem Bergwerk sollen Bergleute gerettet werden. Es wird vermutet, dass sich die Bergleute in einem Stollen befinden, der als geradlinig angesehen werden kann. Dieser Stollen kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 m) beschrieben werden. Er beginnt im Punkt $S_1(25 \mid 30 \mid -60)$ und endet im Punkt $S_2(-100 \mid -10 \mid -50)$.

Zur Rettung der Bergleute wird eine senkrechte Bohrung nach unten vorgenommen, die auf der Erdoberfläche im Punkt $B(-62,5 \mid 2 \mid 0)$ beginnt.

(1 Längeneinheit entspricht 1 m)

- Zeigen Sie, dass die Bohrung geeignet ist, um die Bergleute zu finden.
- Berechnen Sie die Länge der Bohrung.

2) Grenzüberquerung

Die Flugrouten von Flugzeugen können in einem kartesischen Koordinatensystem beschrieben werden. Dabei befindet sich der Erdboden in der x-y-Koordinatenebene.

(1 Längeneinheit entspricht 1 km)

Ein Flugzeug befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ im Punkt $F_1(10,00 \mid 10,00 \mid 11,10)$ und 30 Sekunden später im Punkt $F_2(11,00 \mid 5,00 \mid 11,20)$. Das Flugzeug bewegt sich während dieser Phase geradlinig gleichförmig und fliegt auf eine Grenze zu. Diese Grenze verläuft am Boden durch die Punkte $G_1(0,00 \mid 0,00 \mid 0,00)$ und $G_2(-20,00 \mid 4,00 \mid 0,00)$ und kann als lotrechte Ebene angesehen werden.

- Ermitteln Sie die Geschwindigkeit des Flugzeuges.
- Bestimmen Sie nach welcher Zeit und in welchem Punkt das Flugzeug die Grenze überquert, wenn es seinen Kurs geradlinig fortsetzt.

3) Schnittflächen*

Gegeben ist ein Würfel ABCDEFGH mit der Kantenlänge 4 durch die Punkte $A(0 \mid 0 \mid 0)$, $B(4 \mid 0 \mid 0)$, $C(4 \mid 4 \mid 0)$, $D(0 \mid 4 \mid 0)$ und $E(0 \mid 0 \mid 4)$.

- Geben Sie die Koordinaten der Punkte F, G und H an.
- Gegeben ist die Ebene E_1 mit $E_1 : x + 2y = 6$. Zeichnen Sie die Schnittfläche des Würfels mit dieser Ebene.
- Gegeben ist die Ebene E_2 mit $E_2 : x + y + z = 6$. Zeichnen Sie die Schnittfläche des Würfels mit dieser Ebene.