

Anwendungen - Lagebeziehung von Geraden und Ebenen

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Ebene E mit $E : x - 2y + 2z = 10$.

- Die Gerade s schneidet die Ebene E senkrecht. Der Durchstoßpunkt liegt auf der z-Achse. Bestimmen Sie die Geradengleichung von s.
- Die Gerade h verläuft parallel zur Ebene E im Abstand von 6 LE. Bestimmen Sie die Geradengleichung von h.
- Die Gerade i verläuft innerhalb der Ebene E. Bestimmen Sie die Geradengleichung von i.

Aufgabe 2:

In einem kartesischen Koordinatensystem ist ein Quader ABCDEFGH mit den Punkten $A(0 \mid 0 \mid 0)$, $B(2 \mid 0 \mid 0)$, $D(0 \mid 3 \mid 0)$ und $E(0 \mid 0 \mid 4)$ gegeben.

Weiterhin ist die Gerade g durch die Punkte F und D festgelegt. Die Ebene ε enthält die Punkte A, C und H.

- Stellen Sie den Sachverhalt graphisch dar.
- Ermitteln Sie den Durchstoßpunkt der Geraden g mit der Ebene ε und untersuchen Sie, ob die Gerade g die Ebene ε senkrecht schneidet.
- Die Ebene ε zerlegt den Quader in zwei Teilkörper. Berechnen Sie das Verhältnis der Volumina der beiden Teilkörper.

Aufgabe 3:

Ein ebener Skihang hat die Form eines Vierecks und kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 100 m) dargestellt werden. Das Viereck wird durch die Eckpunkte $A(1 \mid 0 \mid 0)$, $B(0 \mid 1 \mid 0)$, $C(-7 \mid -3 \mid 2)$ und $D(-3 \mid -7 \mid 2)$ begrenzt.

- Untersuchen Sie die Art des Vierecks. Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Skihangs. Berechnen Sie, welchen maximalen Weg ein Skifahrer auf dem Hang zurücklegen kann, ohne die Richtung zu ändern.
- Ein Lift wird durch 50 m hohe gerade lotrechte Stützen gehalten. Eine solche Stütze befindet sich im Punkt $P(-3 \mid -1,5 \mid 1)$. Zu einem bestimmten Zeitpunkt fällt Sonnenlicht in der Richtung $\vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ auf den Skihang. Dabei entsteht ein Schatten der Stütze. Ermitteln Sie die Länge des Schattens.