Grundkurs 5ma13 Mathematik 2016/2017
Hausaufgabenblatt 5

1. Gegeben sind die beiden Ebenen E_1 und E_2.

$$E_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad (r, s \in \mathbb{R})$$

$$E_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad (r, s \in \mathbb{R})$$

   a) Berechnen Sie jeweils die parameterfreie Gleichung.

   b) Berechnen Sie jeweils die Durchstoßpunkte mit den Koordinatenachsen, falls sie existieren.

   c) Untersuchen Sie, ob der Punkt $P(2 \mid -2 \mid 2)$ auf einer der beiden Ebenen liegt.

   d) Bestimmen Sie einen Punkt, der auf beiden Ebenen liegt.

2. Beschreiben Sie jeweils die besondere Lage im Raum.

   a) $E : 4x - 5y = 20$

   b) $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (t \in \mathbb{R})$

   c) $E : \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -9 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad (r, s \in \mathbb{R})$

3. Gegeben sind die Punkte $A(2 \mid 2 \mid -9)$, $B(6 \mid 3 \mid -6)$, $C(5 \mid 8 \mid -3)$ und $D(-3 \mid 6 \mid -9)$.

   a) Zeigen Sie, dass das Viereck ABCD ein Trapez ist.

   b) Berechnen Sie den Schnittpunkt der Diagonalen.

   (Tipp: Stellen Sie erst die Gleichungen der Diagonalen auf.)