Grundkurs 5ma13 Mathematik 2016/2017
Ergebnisse 2

1. Untersuchen Sie, ob die Vektoren linear abhängig sind.

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -15 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 11{,}25 \end{pmatrix}$

$\vec{a} = -\frac{4}{3} \cdot \vec{b}$ $\Rightarrow$ Die Vektoren sind linear abhängig.

b) $\vec{e} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{f} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{g} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\vec{g} = -\frac{3}{4} \cdot \vec{e} - \frac{3}{4} \cdot \vec{f}$ $\Rightarrow$ Die Vektoren sind linear abhängig.

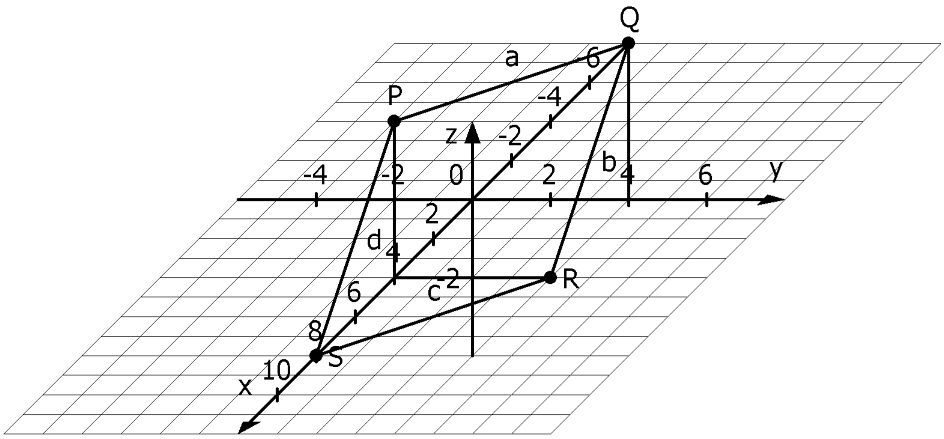
c) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{z} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\vec{z} = -\vec{x} - \vec{y}$ $\Rightarrow$ Die Vektoren sind linear abhängig.

2. Gegeben sind die Punkte P, Q und R.

$P(4 \mid 0 \mid 4)$, $Q(0 \mid 4 \mid 4)$ und $R(4 \mid 4 \mid 0)$

a) Zeichnen Sie das Dreieck PQR.



b) Das Viereck PQRS sei eine Raute. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes S.

$$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{QR} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{S(8 \mid 0 \mid 0)}}$$

c) Berechnen Sie den Schnittpunkt der Diagonalen der Raute PQRS.

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{QR}}{2} = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}}{2} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{M(4 \mid 2 \mid 2)}}$$

3. Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme mit dem Gaußverfahren.

a) $$\left| \begin{array}{rl} x + 5y + 7z & = 3 \\ 2x + 4y + 6z & = 4 \\ 3x + 3y + z & = 1 \end{array} \right| \qquad \underline{\underline{L = \{(1 \mid -1 \mid 1)\}}}$$

b) $$\left| \begin{array}{rl} x + 2y + 3z & = 4 \\ 4x + 3y + 2z & = 1 \\ x - 2z & = 1 \end{array} \right| \qquad \underline{\underline{L = \{(-5 \mid 9 \mid -3)\}}}$$