

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Beispiel: 52% eines Jahrgangs sind weiblich. 40% der Schüler haben den Leistungskurs Deutsch gewählt. 32% aller Schüler dieses Jahrgangs sind sowohl Mädchen als auch Leistungskurschüler.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das ein zufällig ausgewähltes Mädchen den Leistungskurs Deutsch gewählt hat?
Leistungskurschüler ist?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ein Schüler des Leistungskurses Deutsch weiblich ist?

Zunächst wird die Vierfeldertafel vervollständigt. 3 Informationen reichen, um die Tabelle zu bestimmen.

	<i>Mädchen</i>	<i>Jungen</i>	
<i>Leistungskurs</i>	0,32	0,08	0,4
<i>Grundkurs</i>	0,2	0,4	0,6
	0,52	0,48	

Folgende Ereignisse werden definiert:

M = „Mädchen (J ... Junge)“

L = „Leistungskurschüler“ (G ... Grundkurschüler)

- a) Um auf die erste Frage zu antworten, wird also angenommen, dass M bereits eingetreten ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt dann L ein.

Es gilt:
$$P_M(L) = \frac{0,32}{0,52} = \frac{8}{13} \approx 0,6154.$$

- b) Um auf die zweite Frage zu antworten, wird also angenommen, dass L bereits eingetreten ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt dann M ein.

Es gilt:
$$P_L(M) = \frac{0,32}{0,4} = 0,8.$$

Definition (Bedingte Wahrscheinlichkeit):

Für die Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis B eintritt, falls A eingetreten ist, gilt

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

	B	\bar{B}
A		
\bar{A}		

A kann als „neue Ergebnismenge“ interpretiert werden.

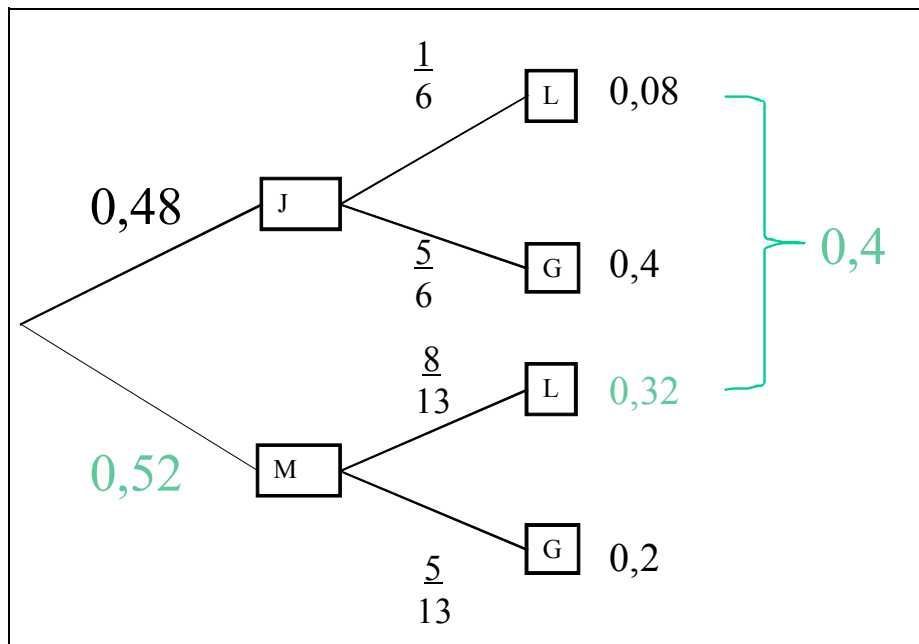
Hinweis: Folgende Formulierungen werden bei bedingten Wahrscheinlichkeiten verwendet:

„Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B

- unter der Voraussetzung, dass A eingetreten ist.“
- unter der Annahme, dass A eingetreten ist.“
- unter der Annahme, dass A eintritt.“
- wenn man weiß, dass A bereits eingetreten ist.“
- falls A.“
- unter der Hypothese A.“

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Frage: Wie sieht unser Beispiel in einem Baumdiagramm aus?



Hier stehen die bedingten Wahrscheinlichkeiten an den Pfaden. Die Voraussetzungen bzw. die Bedingungen sind hier J und M.

Möchte man die Bedingungen an L und G an den Pfaden ablesen, dann müsste man das Baumdiagramm neu zeichnen und mit L und G beginnen.

