

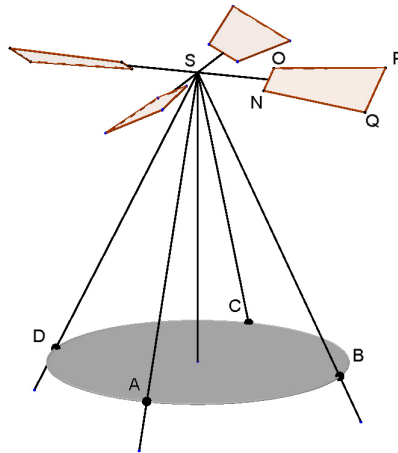
### Anwendungen (3)

#### 1) Weihnachtspyramide

Eine Weihnachtspyramide kann in einem kartesischen Koordinatensystem (Abbildung 1) vereinfacht dargestellt werden. (1 Längeneinheit entspricht 1 dm)

Es gibt vier Streben, die die Weihnachtspyramide stabilisieren und am Boden in der x-y-Koordinatenebene beginnen und im Punkt S enden. Auf jeder Strebe befindet sich ein weiterer Punkt A, B, C bzw. D.

Gegeben sind die Punkte  $A(2,0 \mid 0,0 \mid 0,6)$ ,  $B(0,0 \mid 2,0 \mid 0,6)$ ,  $C(-2,0 \mid 0,0 \mid 0,6)$ ,  $D(0,0 \mid -2,0 \mid 0,6)$  und  $S(0,0 \mid 0,0 \mid 4,6)$ .



(Abbildung 1: nicht maßstabsgetreu)

- Berechnen Sie die Länge einer Strebe.
- Die kreisförmige Grundplatte ist zwischen den 4 Streben so befestigt, dass der Rand durch die Punkte A, B, C und D verläuft. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Grundplatte und geben Sie die Koordinaten des Mittelpunktes der Grundplatte an.
- Eine weitere kreisförmige Platte soll 15 cm über der Grundplatte angebracht werden und ebenfalls die 4 Streben berühren. Ermitteln Sie den Flächeninhalt dieser Platte.
- Die Flügel sind an der Spitze S befestigt. Einer der vier Flügel hat die Form eines Vierecks NOPQ mit den Koordinaten  $N(0,2 \mid 1 \mid 4,5)$ ,  $O(-0,2 \mid 1 \mid 4,7)$ ,  $P(-0,4 \mid 2,5 \mid 4,8)$  und  $Q(0,4 \mid 2,5 \mid 4,4)$ .  
Zeigen Sie, dass der Flügel die Form eines gleichschenkligen Trapezes besitzt.

#### 2) Mathematische Pyramide

Gegeben sind 5 Ebenen, die eine gerade Pyramide einschließen. Dabei liegt die Grundfläche der Pyramide in der Ebene  $E_1 : z = -2$ . Die 4 Seiten der Mantelfläche liegen innerhalb der 4 Ebenen mit den folgenden Gleichungen:

$$E_2 : 3x - y + 2z = 14$$

$$E_4 : -3x + y + 2z = -2$$

$$E_3 : x + 3y + 2z = 22$$

$$E_5 : -x - 3y + 2z = -10$$

- Ermitteln Sie die Eckpunkte der Pyramide und berechnen Sie das Volumen.
- Geben Sie die parameterfreie Gleichung möglichst vieler Ebenen an, die das Volumen der Pyramide exakt halbiert.