

## Grenzwerte im Unendlichen

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ bzw. } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

allgemein	ganzrationale Funktionen	gebrochenrationale Funktionen
<b>Prinzip:</b> Grenzwertsätze anwenden	Es wird die höchste Potenz ausgeklammert.	Die höchste Potenz des Nenners wird im Zähler <u>und</u> im Nenner ausgeklammert und gekürzt.
waagerechte Asymptoten sind möglich	keine waagerechten Asymptoten	waagerechte Asymptoten sind möglich
<b>Beispiel:</b> $f(x) = 2^x + \frac{5}{x} + 2$	$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 6x$	$f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{7x^2 + 2}$

## Grenzwerte an einer Stelle

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x < x_0}} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} f(x - h) = g_L \text{ bzw. } \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x > x_0}} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} f(x + h) = g_R$$

stetig	Lücke	Sprung	Polstelle
<b>Definition:</b> $g_L = g_R = f(x_0)$	$g_L = g_R \neq f(x_0)$	$g_L \neq g_R$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm\infty$
<b>Beispiel:</b> $f(x) = x^2 \quad x_0 = 1$	$f(x) = \frac{x-1}{x^2-1} \quad x_0 = 1$	$f(x) = \frac{x-1}{ x-1 } \quad x_0 = 1$	$f(x) = \frac{1}{x-1} \quad x_0 = 1$ senkrechte Asymptote

## Differenzen- und Differentialquotient

Differenzenquotient	Differentialquotient (1. Ableitung)
<b>Definition:</b> $d(h) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$	$\lim_{h \rightarrow 0} d(h) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$
<b>Beispiel:</b> $f(x) = x^2 \quad d(h) = \frac{(x_0+h)^2 - (x_0)^2}{h} = \dots = 2x_0 + h$	$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} (2x_0 + h) = 2x_0$
Anstieg einer Sekante durch 2 Punkte	Anstieg der Tangente bzw. der Funktion an der Stelle