Ableitungsregeln (LB 1)

1. Bestimmen Sie jeweils die 1. Ableitung mit Hilfe der Produktregel.

a) $f(x)=(2x+3)\cdot e^x$
$f'(x)=2\cdot e^x+(2x+3)\cdot e^x=(2+2x+3)\cdot e^x=(2x+5)\cdot e^x$

b) $f(x)=(4x+5)\cdot e^x$
$f'(x)=4\cdot e^x+(4x+5)\cdot e^x=(4x+9)\cdot e^x$

c) $f(x)=(mx+n)\cdot e^x$
$f'(x)=m\cdot e^x+(mx+n)\cdot e^x=(mx+m+n)\cdot e^x$

d) $f(x)=x^2\cdot e^x$
$f'(x)=2x\cdot e^x+x^2\cdot e^x=(2x+x^2)\cdot e^x$

e) $f(x)=(x^2+4x+5)\cdot e^x$
$f'(x)=(2x+4)\cdot e^x+(x^2+4x+5)\cdot e^x=(x^2+6x+9)\cdot e^x$

f) $f(x)=(0,001x^2+0,02x+0,3)\cdot e^x$
$f'(x)=(0,002x+0,02)\cdot e^x+(0,001x^2+0,02x+0,3)\cdot e^x$
$f'(x)=(0,001x^2+0,022x+0,32)\cdot e^x$

g) $f(x)=x\cdot\ln x$
$f'(x)=1\cdot\ln x+x\cdot\frac{1}{x}=\ln x+1$

h) $f(x)=x^2\cdot\ln x$
$f'(x)=2x\cdot\ln x+x^2\cdot\frac{1}{x}=2x\cdot\ln x+x=x\cdot(2\ln x+1)$

i) $f(x)=x^3\cdot\sin x$
$f'(x)=3x^2\cdot\sin x+x^3\cdot\cos x=x^2\cdot(3\sin x+x\cdot\cos x)$

j) $f(x)=\frac{1}{x}\cdot\ln x$
$f'(x)=-\frac{1}{x^2}\cdot\ln x+\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{x}=\frac{1}{x^2}\cdot(-\ln x+1)$

k) $f(x)=\ln x\cdot\ln x$
$f'(x)=\frac{1}{x}\cdot\ln x+\ln x\cdot\frac{1}{x}=2\cdot\frac{1}{x}\cdot\ln x=\frac{2}{x}\cdot\ln x$

l) $f(x)=(\sin x)^2=\sin x\cdot\sin x$
$f'(x)=\cos x\cdot\sin x+\sin x\cdot\cos x=2\cdot\sin x\cdot\cos x$

2. Bestimmen Sie jeweils die 1. Ableitung mit Hilfe der Kettenregel und vereinfachen Sie den Term weitgehend.

a) $f(x)=\sqrt{3x+5}$ $\quad f'(x)=3\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{3x+5}}=\frac{3}{2\cdot\sqrt{3x+5}}$

b) $f(x)=e^{3x+5}$ $\quad f'(x)=3\cdot e^{3x+5}$

c) $f(x)=e^{-x+2}$ $\quad f'(x)=-e^{-x+2}$

d) $f(x)=5\cdot e^{2x}$ $\quad f'(x)=5\cdot 2\cdot e^{2x}=10e^{2x}$

e) $f(x)=e^{1+x^2}$ $\quad f'(x)=2x\cdot e^{1+x^2}$

f) $f(x)=e^{\sin x}$ $\quad f'(x)=\cos x\cdot e^{\sin x}$

g) $f(x)=\ln(2x+1)$ $\quad f'(x)=\frac{2}{2x+1}$

h) $f(x)=\ln(5-x)$ $\quad f'(x)=\frac{-1}{5-x}=\frac{1}{x-5}$

i) $f(x)=7\cdot\ln(5x^3-2x^2)$ $\quad f'(x)=\frac{7\cdot(15x^2-4x)}{5x^3-2x^2}=\frac{x\cdot(105x-28)}{x\cdot(5x^2-2x)}=\frac{105x-28}{5x^2-2x}$

j) $f(x)=\ln(ax^2+bx+c)$ $\quad f'(x)=\frac{2ax+b}{ax^2+bx+c}$

k) $f(x)=\ln(e^x+1)$ $\quad f'(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$

l) $f(x)=\sqrt{\ln x+1}$ $\quad f'(x)=\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{2\cdot\sqrt{\ln x+1}}=\frac{1}{2x\cdot\sqrt{\ln x+1}}$

3. Geben Sie die Ableitungsregel an, die angewendet werden muss und bestimmen Sie jeweils die 1. Ableitung.

a) $f(x) = 2x \cdot \cos(x)$
b) $f(x) = 2x + \cos(x)$
c) $f(x) = 2\cos(x)$
d) $f(x) = \cos(2x)$
e) $f(x) = \ln(e^x + 5)$
f) $f(x) = \ln x \cdot (e^x + 5)$
g) $f(x) = \ln x + e^x + 5$
h) $f(x) = \ln 5 \cdot (e^x + x)$

a) Produktregel
b) Summenregel
c) Faktorregel
d) Kettenregel
e) Kettenregel
f) Produktregel
g) Summenregel
h) Faktorregel

a) $f'(x) = 2 \cdot \cos(x) - 2x \cdot \sin x$
b) $f'(x) = 2 - \sin(x)$
c) $f'(x) = -2\sin(x)$
d) $f'(x) = -2\sin(2x)$
e) $f'(x) = e^x \cdot \frac{1}{e^x+5} = \frac{e^x}{e^x+5}$
f) $f'(x) = \frac{1}{x} \cdot (e^x + 5) + \ln x \cdot e^x$
g) $f'(x) = \frac{1}{x} + e^x$
h) $f'(x) = \ln 5 \cdot (e^x + 1)$

4. Hier benötigen Sie die Produkt- und die Kettenregel.
Bestimmen Sie jeweils die 1. Ableitung.

a) $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{2}x}$

$f'(x) = e^{\frac{1}{2}x} + x \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{1}{2}x}$
$f'(x) = e^{\frac{1}{2}x}(1 + \frac{1}{2} \cdot x)$

b) $f(x) = x^2 \cdot e^{5-x}$

$f'(x) = 2x \cdot e^{5-x} + x^2 \cdot (-1) \cdot e^{5-x}$
$f'(x) = e^{5-x} \cdot (2x - x^2)$

c) $f(x) = x^3 \cdot \sin(2x)$

$f'(x) = 3x^2 \cdot \sin(2x) + 2x^3\cos(2x)$

d) $f(x) = x \cdot \ln(3x + 1)$

$f'(x) = \ln(3x + 1) + x \cdot \frac{3}{3x+1}$
$f'(x) = \ln(3x + 1) + \frac{3x}{3x+1}$

e) $f(x) = \frac{1}{x} \cdot \cos(x^2)$

$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \cdot \cos(x^2) + \frac{1}{x} \cdot 2x \cdot (-\sin(x^2))$
$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \cdot \cos(x^2) - 2 \cdot \sin(x^2)$

f) $f(x) = x \cdot \ln(ax^2 + bx + c)$

$f'(x) = \ln(ax^2 + bx + c) + x \cdot \frac{2ax+b}{ax^2+bx+c}$
$f'(x) = \ln(ax^2 + bx + c) + \frac{2ax^2+bx}{ax^2+bx+c}$