# Lösungen

1. Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^2 \cdot \ln x$.

   a) Weisen Sie nach, dass für die 2. Ableitung gilt: $f''(x) = 2 \cdot \ln x + 3$

$$f'(x) = 2x \cdot \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \cdot \ln x + x$$

$$f''(x) = 2 \cdot \ln x + 2x \cdot \frac{1}{x} + 1$$

$$= 2 \cdot \ln x + 2 + 1 = 2 \cdot \ln x + 3$$

   b) Berechnen Sie den Wendepunkt von f ohne Verwendung von Näherungswerten.

$$0 = 2 \cdot \ln x + 3$$

$$-3 = 2 \ln x$$

$$-\frac{3}{2} = \ln x$$

$$x = e^{-\frac{3}{2}}$$

$$f\left(e^{-\frac{3}{2}}\right) = \left(e^{-\frac{3}{2}}\right)^2 \cdot \ln\left(e^{-\frac{3}{2}}\right)$$

$$= e^{-3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2}e^{-3}$$

$$\underline{\underline{W\left(e^{-\frac{3}{2}} \mid -\frac{3}{2}e^{-3}\right)}}$$

2. Zeigen Sie, dass jede ganzrationale Funktion 3. Grades eine Wendestelle besitzt.

   Hinweis: Verwenden Sie $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

   Auf jeden Fall gilt: $a \neq 0$.

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

$$f'''(x) = 6a \neq 0$$

$$6ax + 2b = 0$$

$$6ax = -2b$$

$$x = \frac{-2b}{6a} = -\frac{b}{3a}$$

   Die Wendestelle existiert, da $a \neq 0$ ist.

3. Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{3200} \cdot x^3 - \frac{3}{320} \cdot x^2 - \frac{9}{32} \cdot x + \frac{7}{16}$.

a) Ermitteln Sie die Koordinaten der beiden lokalen Extrempunkte.

$H(-10 \mid 2)$ , $T(30 \mid -8)$

b) Ermitteln Sie die Koordinaten des Wendpunktes.

$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \text{Min.} \Rightarrow x = 10$

$f(10) = -3 \Rightarrow W(10 \mid -3)$

c) Untersuchen Sie die Lagebeziehung der 3 Punkte.

Die 3 Punkte liegen auf einer Geraden $y = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$

Der Wendepunkt ist sogar der Mittelpunkt der Strecke $\overline{HT}$.

$$\frac{-10+30}{2} = 10 = x_W$$

$$\frac{2+(-8)}{2} = -3 = y_w$$