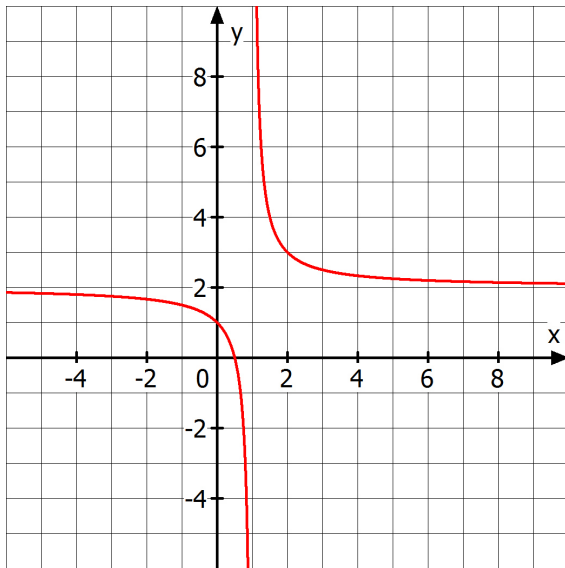
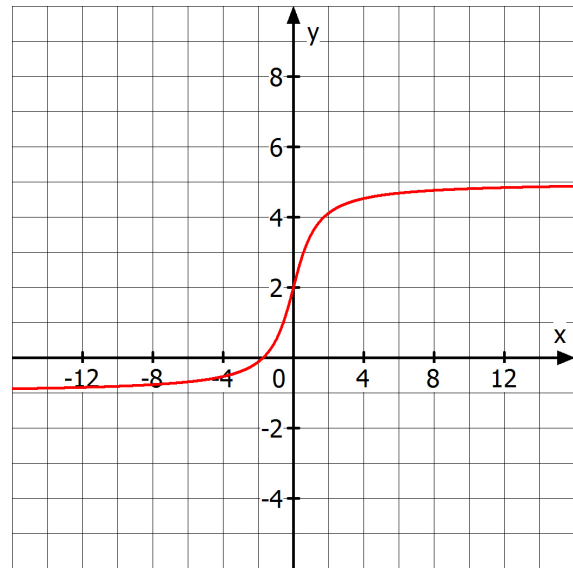


Lösungsblatt: Grenzwerte im Unendlichen

Aufgabe 1: Geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an.



$$y = 2$$
$$x = 1$$



$$y = 5$$
$$y = -1$$

*(Finden Sie auch die Funktionsgleichungen?**)*

$$f(x) = (x-1)^{-1} + 2$$

$$f(x) = \frac{6}{\pi} \cdot \arctan(x) + 2$$

Aufgabe 2: Berechnen Sie die Grenzwerte im Unendlichen und geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an.

(a) $f(x) = 3^x - 5$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (3^x - 5) = \infty - 5 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3^x - 5) = 0 - 5 = -5$$

$$y = -5$$

(c) $h(x) = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x + \pi$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(\frac{1}{\pi}\right)^x + \pi\right) = \dots = \pi$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\left(\frac{1}{\pi}\right)^x + \pi\right) = \dots = \pi$$

$$y = \pi$$

(b) $g(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 4$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 4\right) = \dots = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 4\right) = \dots = 4$$

$$y = 4$$

(d) $i(x) = \frac{1}{x} \cdot \sin x$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \cdot \sin x\right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x} \cdot \sin x\right) = 0$$

$$y = 0$$

Lösungsblatt: Grenzwerte im Unendlichen

Aufgabe 3: Berechnen Sie die Grenzwerte im Unendlichen.

(a) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 5x^2$

(b) $f(x) = -\frac{1}{3}x^4 + 10x^2 + 1$

(c) $f(x) = 4x^5 - 5x^4$

(d) * $f(x) = x^n$
($n \in \mathbb{N}$)

(a) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 5x^2$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^3 \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{x} \right) \right) = +\infty \left(\frac{1}{2} - 0 \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x^3 \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{x} \right) \right) = -\infty \left(\frac{1}{2} + 0 \right) = -\infty$$

(b) $f(x) = -\frac{1}{3}x^4 + 10x^2 + 1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^4 \left(-\frac{1}{3} + \frac{10}{x^2} + \frac{1}{x^4} \right) \right) = +\infty \left(-\frac{1}{2} + 0 + 0 \right) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x^4 \left(-\frac{1}{3} + \frac{10}{x^2} + \frac{1}{x^4} \right) \right) = +\infty \left(-\frac{1}{2} + 0 + 0 \right) = -\infty$$

(c) $f(x) = 4x^5 - 5x^4$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^5 \left(4 - \frac{5}{x} \right) \right) = +\infty (4 - 0) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x^5 \left(4 - \frac{5}{x} \right) \right) = -\infty (4 + 0) = -\infty$$

1. Fall: n ist gerade

(d) $f(x) = x^n$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^n) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^n) = +\infty$$

2. Fall: n ist ungerade

(d) $f(x) = x^n$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^n) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^n) = -\infty$$