Extremwertaufgaben - Abstände

Pause am Fluss:

Gegeben:
$K(0 \mid 3{,}1)$, $F(x \mid 0)$, $O(10 \mid 2{,}2)$

Gesucht:
x

Zielfunktion (I):
$L = \overline{KF} + \overline{FO}$

Nebenbedingungen:

$$\overline{KF} = \sqrt{x^2 + 3{,}1^2}$$

$$\overline{FO} = \sqrt{(10-x)^2 + 2{,}2^2}$$

Zielfunktion (mit einer Variablen):
$L(x) = f(x) = \sqrt{x^2 + 9{,}61} + \sqrt{x^2 - 20x + 104{,}84}$

Definitionsbereich:
$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}; 0 \le x \le 10\}$

Minimum mit GTR:

$$x = \underline{5{,}849}$$

$$L_{min} = \underline{\underline{11{,}317}}$$

Antwort: Das Kamel sollte den Punkt $F(5{,}849 \mid 0)$ anpeilen.
Die minimale Länge beträgt 11,317 km.

Extremwertaufgaben - Abstände

N & K:

a)

Gegeben:
$K(42 \mid 16)$, $p(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2500 - x^2}$

Gesucht:
$N(x \mid y)$

Zielfunktion (I):
$L(x) = \sqrt{(x-42)^2 + (y-16)^2}$

Nebenbedingung:
$y = p(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2500 - x^2}$

Zielfunktion (mit einer Variablen):
$L(x) = \sqrt{(x-42)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{2500 - x^2} - 16\right)^2}$

Definitionsbereich:
$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}; -50 \leq x \leq 50\}$

Minimum mit GTR:

$x = \underline{40,86}$

$L_{min} = \underline{\underline{1,957}}$

Antwort: Natalie befindet sich dann im Punkt $N(40,8675 \mid 14,4035)$ anpeilen.
Die minimale Länge beträgt 1,96 m.

b)

Zielfunktion (mit einer Variablen):
$L(x) = \sqrt{(x+50)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{2500 - x^2} - 2\right)^2}$

Definitionsbereich:
$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}; -50 \leq x \leq 50\}$

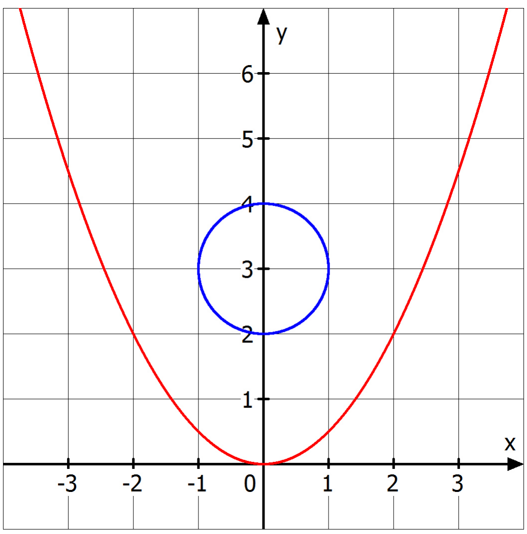
Minimum mit GTR:

$x = \underline{-49,84}$

$L_{min} = \underline{\underline{0,158}}$

Antwort: Karen befindet sich dann im Punkt $K(-49,8437 \mid 1,975)$ anpeilen.
Die minimale Länge beträgt 0,16 m.

Extremwertaufgaben - Abstände



a)

Gegeben:
$M(0 \mid 3)$, $r = 1$, $p(x) = \frac{1}{2}x^2$

Gesucht:
L_{min}

Zielfunktion (I):
$L(x) = \sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2}$

Nebenbedingung:
$y = p(x) = \frac{1}{2}x^2$

Zielfunktion (mit einer Variablen):
$L(x) = \sqrt{(x)^2 + (\frac{1}{2}x^2 - 3)^2} - 1$

Definitionsbereich: sinnvoll einschränken
$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}; -3 \leq x \leq 3\}$

Minimum mit GTR:

$x = \pm 2$

$L_{min} = \underline{\underline{1,236}}$

Antwort: Der Abstand beträgt 1,236 LE.