Stammfunktionen
Umkehrung des Differenzierens

Manchmal hat man die Ableitung gegeben und sucht die entsprechende Funktion dazu. Das Differenzieren bzw. das Ableiten muss also irgendwie umgekehrt werden. Man könnte dieses Verfahren „Aufleiten" nennen. Diesen Begriff werden wir aber später Stammfunkion nennen.

Definition: f ist eine Stammfunktion von f'.

Beispiele:

$f(x) = x^4$ ist eine Stammfunktion von $g(x) = 4x^3$.

$f(x) = \sin(8x)$ ist eine Stammfunktion von $g(x) = 8\cos(8x)$.

AB: Stammfunktionen

1. Bestimmen Sie die Gleichung der zugehörigen Funktion f. (leicht)

   a) $f'(x) = e^x$
   b) $f'(x) = \cos x$
   c) $f'(x) = m$
   d) $f'(x) = \frac{1}{x}$
   e) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
   f) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

2. Bestimmen Sie die Gleichung der zugehörigen Funktion f. (mittel)

   a) $f'(x) = x^2$
   b) $f'(x) = x^3$
   c) $f'(x) = x^4$
   d) $f'(x) = 6x^2 + 7x + 8$
   e) $f'(x) = mx + n$
   f) $f'(x) = \frac{5}{x^2}$

3. Bestimmen Sie die Gleichung der zugehörigen Funktion f. (schwierig)

   a) $f'(x) = e^{2x}$
   b) $f'(x) = 5 \cdot e^{3x}$
   c) $f'(x) = \frac{1}{4} \cdot e^{-5x}$
   d) $f'(x) = (5x + 1)^9$
   e) $f'(x) = \cos(50x)$
   f) $f'(x) = \sqrt{x}$

Z. Bestimmen Sie die Gleichung der zugehörigen Funktion f. (****)

   a) $f'(x) = x^2 \cdot e^{x^3}$
   b) $f'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$
   c) $f'(x) = (\cos x)^2 - (\sin x)^2$

Lösungen

Wir wollen heute diese Stammfunktion nur durch überlegen finden.

1. Manche Stammfunktionen kann man vielleicht auswendig?

a) $f'(x) = e^x$ $\quad f(x) = e^x$
b) $f'(x) = \cos x$ $\quad f(x) = \sin x$
c) $f'(x) = m$ $\quad f(x) = mx + n$
d) $f'(x) = \frac{1}{x}$ $\quad f(x) = \ln x$
e) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ $\quad f(x) = \frac{1}{x}$
f) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\quad f(x) = \sqrt{x}$

2. Bei diesen Funktionen muss man schon überlegen, insbesondere beim Koeffizieten.

a) $f'(x) = x^2$ $\quad f(x) = \frac{1}{3}x^3$
b) $f'(x) = x^3$ $\quad f(x) = \frac{1}{4}x^4$
c) $f'(x) = x^4$ $\quad f(x) = \frac{1}{5}x^5$
d) $f'(x) = 6x^2 + 7x + 8$ $\quad f(x) = 2x^3 + \frac{7}{2}x^2 + 8x$
e) $f'(x) = mx + n$ $\quad f(x) = \frac{m}{2}x^2 + nx$
f) $f'(x) = \frac{5}{x^2}$ $\quad f(x) = -\frac{5}{x}$

3. Jetzt wird’s erst knifflig.

a) $f'(x) = e^{2x}$ $\quad f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$
b) $f'(x) = 5 \cdot e^{3x}$ $\quad f(x) = \frac{5}{3}e^{3x}$
c) $f'(x) = \frac{1}{4} \cdot e^{-5x}$ $\quad f(x) = -\frac{1}{20}e^{-5x}$
d) $f'(x) = (5x+1)^9$ $\quad f(x) = \frac{1}{50}(5x+1)^{10}$
e) $f'(x) = \cos(50x)$ $\quad f(x) = \frac{1}{50}\sin(50x)$
f) $f'(x) = \sqrt{x}$ $\quad f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$

Z. Ohne Kommentar.

a) $f'(x) = \frac{1}{3}e^{x^3}$
b) $f'(x) = \ln(x^2 + 1)$
c) $f'(x) = \sin x \cdot \cos x$