

Ableitungsregeln (gemischt)

1. Beispiel mit Lösung:

$$f(x) = \frac{1}{5}x + \frac{1}{3}e^{-2x+1}$$

Es handelt sich um eine Summe. Dabei ist der 1. Summand eine verkettete Funktion. In erster Linie gilt die Summenregel.

$$f'(x) = u'(x) + v'(x)$$

$$u(x) = \frac{1}{5}x$$

$$u'(x) = \frac{1}{5}$$

$$v(x) = \frac{1}{3}e^{-2x+1}$$

$$v'(x) = \frac{1}{3} \cdot (-2) \cdot e^{-2x+1} = -\frac{2}{3}e^{-2x+1}$$

$$f'(x) = \frac{1}{5} - \frac{2}{3}e^{-2x+1}$$

2. Beispiel mit Lösung:

$$f(x) = \sin(5x) \cdot x^2$$

Es handelt sich um ein Produkt. Dabei ist der 1. Faktor eine verkettete Funktion. In erster Linie gilt die Produktregel.

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$u(x) = \sin(5x)$$

$$u'(x) = 5 \cdot \cos(5x)$$

$$v(x) = x^2$$

$$v'(x) = 2x$$

$$f'(x) = 5 \cdot \cos(5x) \cdot x^2 + \sin(5x) \cdot 2x$$

3. Beispiel mit Lösung:

$$f(x) = x \cdot \ln(2x+1)$$

Es handelt sich um ein Produkt. Dabei ist der 2. Faktor eine verkettete Funktion. In erster Linie gilt die Produktregel.

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$u(x) = x$$

$$u'(x) = 1$$

$$v(x) = \ln(2x+1)$$

$$v'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2x+1} = \frac{2}{2x+1}$$

$$f'(x) = \ln(2x+1) + x \cdot \frac{2}{2x+1} = \ln(2x+1) + \frac{2x}{2x+1}$$

4. Beispiel mit Lösung:

$$f(x) = e^{x \cdot \sin x}$$

Es handelt sich um eine verkettete Funktion. Dabei ist die innere Funktion ein Produkt. In erster Linie gilt die Kettenregel.

$$f'(x) = g'(x) \cdot a'(g(x))$$

$$g(x) = x \cdot \sin x$$

$$g'(x) = 1 \cdot \sin x + x \cdot \cos x = \sin x + x \cdot \cos x$$

$$a(x) = e^x$$

$$a'(x) = e^x$$

$$f'(x) = (\sin x + x \cdot \cos x) \cdot e^{x \cdot \sin x}$$

5. Beispiel mit Lösung:

$$f(x) = (x^2 + 1) \cdot e^{2x}$$

Es handelt sich um ein Produkt. Dabei ist der 2. Faktor verkettete Funktion. In erster Linie gilt die Produktregel.

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$u(x) = x^2 + 1$$

$$u'(x) = 2x$$

$$v(x) = e^{2x}$$

$$v'(x) = 2 \cdot e^{2x}$$

$$f'(x) = 2x \cdot e^{2x} + (x^2 + 1) \cdot 2 \cdot e^{2x}$$

$$f'(x) = 2 \cdot (x^2 + x + 1) \cdot e^{2x}$$

6. Beispiel mit Lösung:

$$f(x) = \frac{1}{4} \sin(2x) + \frac{1}{3} \cos(5x)$$

Es handelt sich um eine Summe. Dabei sind beide Summanden verkettete Funktionen. In erster Linie gilt die Summenregel.

$$f'(x) = u'(x) + v'(x)$$

$$u(x) = \frac{1}{4} \sin(2x)$$

$$u'(x) = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \cos(2x)$$

$$v(x) = \frac{1}{3} \cos(5x)$$

$$v'(x) = -\frac{1}{3} \cdot 5 \cdot \sin(5x)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos(2x) - \frac{5}{3} \sin(5x)$$