Die Ableitungsfunktion

Definition: Die Funktion, die jedem Argument x den Anstieg einer Funktion f zuordnet, wird Ableitungsfunktion genannt.

Die folgenden Ableitungsfunktionen haben wir bereits berechnet oder ergeben sich graphisch.

Funktion	Ableitungsfunktion	Definitionsbereich
$f(x)=c$	$f'(x)=0$	$D_f=\mathbb{R}$
$f(x)=x$	$f'(x)=1$	$D_f=\mathbb{R}$
$f(x)=mx+n$	$f'(x)=m$	$D_f=\mathbb{R}$
$f(x)=x^2$	$f'(x)=2x$	$D_f=\mathbb{R}$
$f(x)=x^3$	$f'(x)=3x^2$	$D_f=\mathbb{R}$
$f(x)=x^4$	$f'(x)=4x^3$	$D_f=\mathbb{R}$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}$	$D_f=\{x \mid x\in\mathbb{R}; x\neq 0\}$
$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x)=-\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$D_f=\{x \mid x\in\mathbb{R}; x\geq 0\}$

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die Stellen, in denen der Graph von $f(x)=\frac{1}{x}$ den Anstieg $-\frac{1}{8}$ besitzt.

$$f(x)=\frac{1}{x} \Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{x^2}=-\frac{1}{8} \qquad \Rightarrow \qquad x_1=\sqrt{8} \qquad x_2=\sqrt{8}$$

Antwort: An Stellen $x_1=\sqrt{8}$ und $x_2=\sqrt{8}$ besitzt der Graph diesen Anstieg.

Aufgabe 2:

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x)=x^3$. Untersuchen Sie, ob an den Graphen von f Tangenten mit dem Anstieg 0,48 existieren. Bestimmen Sie in diesem Fall die Berührungspunkte mit der Tangente.

$$f(x)=x^3$$
$$f'(x)=3x^2$$
$$0,48=3x^2$$
$$0,16=x^2$$
$$x_{1;2}=\pm 0,4$$

$$f(0,4)=0,4^3=0,064 \Rightarrow B_1(0,4;0,064)$$

$$f(-0,4)=(-0,4)^3=-0,064 \Rightarrow B_2(-0,4;-0,064)$$